

Notas de Aula de Física

19. TEMPERATURA, CALOR E PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA.....	2
TEMPERATURA	2
EQUILÍBRIO TÉRMICO.....	2
LEI ZERO DA TERMODINÂMICA	2
MEDINDO A TEMPERATURA.....	2
<i>A escala Celsius.....</i>	3
<i>A escala Fahrenheit</i>	4
<i>Relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit.....</i>	4
<i>A escala Kelvin.....</i>	4
DILATAÇÃO TÉRMICA	5
CALOR.....	6
UM OLHAR MAIS DE PERTO NO CALOR E TRABALHO	7
A ABSORÇÃO DE CALOR.....	8
PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA	9
ALGUNS CASOS ESPECÍFICOS DA PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA	9
<i>Processos adiabáticos</i>	9
<i>Processos a volume constante</i>	10
<i>Processos cíclicos.....</i>	10
MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	10
<i>Condução.....</i>	11
<i>Radiação.....</i>	13
SOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS	14
03.....	14
05.....	15
07.....	16
09.....	16
16.....	17
18.....	17
21.....	18
22.....	19
23.....	20
25.....	21
“32”	21
“33”.....	22
35.....	23
43.....	24
46.....	24
49.....	25
50.....	26
53.....	27
57.....	28
60.....	28
61.....	29
65.....	30

19. Temperatura, Calor e Primeira Lei da Termodinâmica

Temperatura

O tato constitui uma das maneiras mais simples de fazer uma distinção entre corpos quentes e frios. Mas essa maneira de avaliação é bastante imprecisa, e além do mais poderá causar dificuldades se as temperaturas dos corpos estiverem muito próximas. Se construirmos uma experiência com três recipientes contendo água, onde um deles está a temperatura ambiente, o segundo a uma temperatura acima da ambiente e o terceiro a uma temperatura abaixo da ambiente. Vamos mergulhar uma das mãos no recipiente com água a uma temperatura acima da ambiente e a outra mão no recipiente com água a uma temperatura abaixo da ambiente, e permanecer pouco mais de um minuto nessa situação. Ao mergulhar as duas mãos no recipiente a temperatura ambiente iremos ter a sensação estranha onde uma mão manda a informação que a água está numa certa temperatura enquanto a outra mão manda uma informação de uma temperatura diferente. A mão que estava no recipiente com água mais fria sente a água mais quente, e a mão que estava no recipiente com água mais quente sente a água mais fria.

Felizmente existem substâncias que nos dão uma medida da temperatura de outros corpos e a relação entre elas. São chamadas de substâncias termométricas.

A temperatura é uma medida da agitação das partículas que compõem um certo material. Se considerarmos as moléculas um gás, quanto maior a sua temperatura mais energia cinética terão essas moléculas.

Equilíbrio térmico

Dois corpos em contato físico, estão em equilíbrio térmico quando param de trocar energia, quando o fluxo líquido de energia entre eles é nulo. Quando isso acontece, a temperatura dos dois corpos é a mesma.

Lei Zero da Termodinâmica

Se dois corpos A e B estão em equilíbrio térmico com um terceiro corpo C (o termômetro) , eles também estarão em equilíbrio térmico entre si.

Medindo a Temperatura

Existem várias grandezas que variam as suas características quando varia a nossa percepção fisiológica de temperatura. Entre essas grandezas estão:

- o volume de um líquido,
- o comprimento de uma barra
- a resistência elétrica de um material
- o volume de um gás mantido a pressão constante

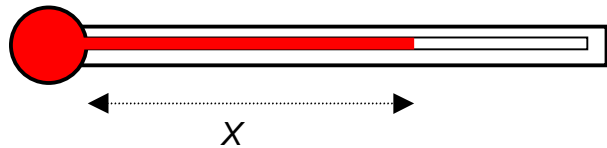
Qualquer dessas pode ser usada para construir um termômetro, isto é: estabelecer uma determinada escala termométrica. Uma tal escala termométrica é estabelecida pela escolha de uma determinada substância termométrica e também uma propriedade termométrica desta substância.

Deve-se entender que a cada escolha de uma substância, da sua respectiva propriedade termométrica, e da relação admitida entre essa propriedade e a temperatura, conduz a uma escala termométrica específica. As medidas obtidas nesta escala não devem coincidir necessariamente com as medidas realizadas em outra escala termométrica definida de forma independente. Justamente por essa liberdade na construção de uma escala termométrica, historicamente apareceram diversas escalas com leituras completamente diferentes de temperaturas.

Esse caos foi removido utilizando como padrão uma dada substância termométrica, e a dependência funcional entre a propriedade termométrica dessa substância e a temperatura T . Como exemplo, consideremos que exista uma relação linear entre uma propriedade termométrica X e a temperatura, de modo que:

$$T(X) = aX + b$$

onde X é o comprimento da uma coluna de mercúrio em um termômetro e a e b são constantes a serem determinadas.



Analisando essa relação para duas temperaturas diferentes T_1 e T_2 , encontramos que:

$$\begin{cases} T(X_1) = aX_1 + b \\ T(X_2) = aX_2 + b \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} a = \frac{T(X_2) - T(X_1)}{X_2 - X_1} \\ b = \frac{X_2 T(X_1) - X_1 T(X_2)}{X_2 - X_1} \end{cases}$$

usando os valores das constantes, temos que:

$$T(X) = \left[\frac{T(X_2) - T(X_1)}{X_2 - X_1} \right] X + \left[\frac{X_2 T(X_1) - X_1 T(X_2)}{X_2 - X_1} \right]$$

ou ainda:

$$T(X) = \left[\frac{X - X_1}{X_2 - X_1} \right] T(X_2) + \left[\frac{X_2 - X}{X_2 - X_1} \right] T(X_1)$$

e finalmente

$$T(X) = T(X_1) + \left(\frac{X - X_1}{X_2 - X_1} \right) [T(X_2) - T(X_1)]$$

A escala Celsius

Para calibrar este termômetro na escala Celsius vamos considerar que as temperaturas $T(X_1) = 0^\circ\text{C}$ e $T(X_2) = 100^\circ\text{C}$ são respectivamente o ponto de vapor e o ponto do gelo, e que X_1 e X_2 são os respectivos comprimentos da coluna de mercúrio. Desse modo, encontramos que:

$$T_c(X) = \left[\frac{X - X_0}{X_{100} - X_0} \right] (100^\circ\text{C})$$

Isso equivale a dividir a escala entre X_0 e X_{100} em cem partes iguais, cada subdivisão correspondendo a 1°C , ou seja equivale a dizer que a dilatação da coluna de mercúrio é linear com $T(X)$.

A escala Fahrenheit

A escala Fahrenheit é usada nos Estados Unidos e Inglaterra. Para calibrar este termômetro na escala Celsius vamos considerar que as temperaturas $T(X_1)=32^\circ\text{C}$ e $T(X_2)=212^\circ\text{C}$ são respectivamente o ponto de vapor e o ponto do gelo, e que X_1 e X_2 são os respectivos comprimentos da coluna de mercúrio. Desse modo, encontramos que:

$$T_F(X) = 32^\circ\text{F} + \left[\frac{X - X_{32}}{X_{212} - X_{32}} \right] (180^\circ\text{F})$$

Relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit

Se considerarmos dois termômetros de mesmo formato, feitos do mesmo material e calibrados nestas escalas, podemos dizer que quando estiverem medindo a mesma situação, a coluna terá um tamanho X , e portanto:

$$\frac{T_F - 32^\circ\text{F}}{180^\circ\text{F}} = \frac{T_C}{100^\circ\text{C}} = \frac{X - X_{\text{Gelo}}}{X_{\text{Vapor}} - X_{\text{Gelo}}}$$

ou seja:

$$T_F = 32 + \left(\frac{9}{5}\right)T_C$$

ou ainda:

$$T_C = \left(\frac{5}{9}\right)(T_F - 32)$$

A escala Kelvin

Se considerarmos o comportamento de um gás de N moléculas, constata-se experimentalmente que para uma dada temperatura:

$$\frac{pV}{N} = \text{const}$$

onde p é a pressão do gás e V é o volume ocupado por ele. Esta é a equação dos gases ideais e comprova-se que ela é válida sempre que a densidade N/V for pequena. A escala de temperaturas Kelvin é definida de modo que a relação entre a constante e a temperatura seja de proporcionalidade. Em outras palavras, a escala Kelvin é tal que:

$$\frac{pV}{N} = k_B T$$

onde k_B é a constante de Boltzmann. Usando o raciocínio anterior, relembramos que a substância termométrica nesse caso é um gás e a propriedade termométrica é a pressão desse gás a volume constante. Temos então que:

$$T(X) = aX \quad \therefore \quad T(X) = \left[\frac{T(X_0)}{X_0} \right] X$$

Considerando o ponto triplo da água, escolhemos a temperatura de calibração na escala Kelvin.

$$T = \left(\frac{273,16 \text{ K}}{\rho_{Tr}} \right) \rho$$

Uma vez calibrada a escala obtemos o valor de $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$. A correspondência entre as escalas Celsius e Kelvin é tal que:

$$\begin{aligned} 0^\circ\text{C} &= 273,16\text{K} \\ 100^\circ\text{C} &= 373,15\text{K} \end{aligned}$$

ou seja:

$$T_K = T_C + 273,16$$

Dilatação térmica

Quando aumentamos a temperatura de um sólido ele se dilata. A dilatação térmica desse sólido está associada ao aumento da distância entre os átomos vizinhos que o compõe. Poderíamos dizer que a força de interação elétrica entre esses átomos já não é suficiente para mantê-los tão próximos um dos outros devido a agitação térmica oriunda do aumento da temperatura.

Consideremos que em uma temperatura inicial T_i um sólido tenha um comprimento L_0 . Se aumentarmos a temperatura de ΔT , esse sólido aumentará o seu comprimento de ΔL . Para uma dada variação de temperatura podemos entender que a

dilatação do sólido ΔL será proporcional ao seu comprimento inicial L_0 . Para uma variação de temperatura suficientemente pequena, podemos ainda inferir que a dilatação do sólido ΔL também será proporcional ao aumento da temperatura ΔT . Desse modo, podemos resumir, como:

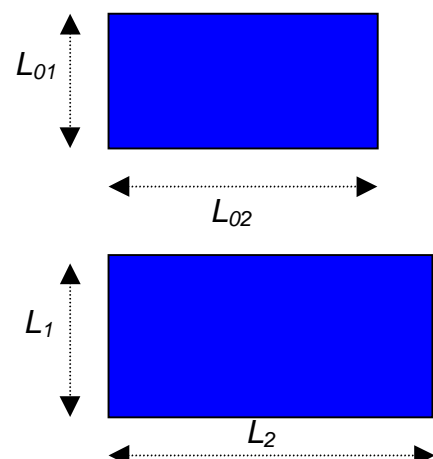
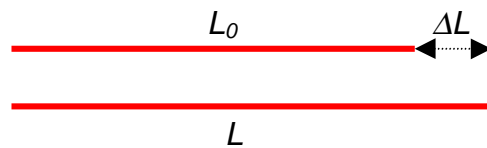
$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

onde a constante de proporcionalidade α é chamada de coeficiente de dilatação linear do material considerado. Como

$$\begin{aligned} \Delta L &= L - L_0 \\ L &= L_0 (1 + \alpha \Delta T) \end{aligned}$$

Para muitos sólidos os coeficientes de dilatação é o mesmo nas suas diversas dimensões. Dizemos que eles têm uma dilatação isotrópica. Vamos considerar que uma chapa plana tenha dimensões L_{01} e L_{02} para uma dada temperatura inicial. Quando variamos a temperatura de ΔT as dimensões se alteram para L_1 e L_2 conforme a figura ao lado. Considerando que os coeficiente de dilatação são os mesmos nas duas dimensões, teremos que:

$$\begin{aligned} L_1 &= L_{01} (1 + \alpha \Delta T) \\ L_2 &= L_{02} (1 + \alpha \Delta T) \end{aligned}$$



As áreas inicial e final podem ser definidas como:

$$A_0 = L_{01} L_{02}$$

e

$$A = L_1 L_2$$

$$A = [L_{01} (1 + \alpha \Delta T)] [L_{02} (1 + \alpha \Delta T)]$$

ou seja:

$$A = A_0 [1 + 2 \alpha \Delta T + (\alpha \Delta T)^2]$$

A aproximação da dilatação térmica $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$ é válida apenas igualmente para todos os materiais apenas em circunstâncias restritas, ou seja quando $\alpha \Delta T \ll 1$, e desse modo podemos afirmar que:

$$\alpha \Delta T \gg (\alpha \Delta T)^2$$

ou seja:

$$A = A_0 [1 + 2 \alpha \Delta T]$$

Quando lidamos com dilatação volumétrica de sólidos, podemos usar um raciocínio similar e encontrar que:

$$V = V_0 [1 + 3 \alpha \Delta T]$$

Em sólidos isotrópicos o coeficiente de dilatação superficial é definido como $\gamma = 2\alpha$ e o coeficiente de dilatação volumétrica é definido como $\beta = 3\alpha$.

Calor

No final do século XVIII, existiam duas hipóteses alternativas sobre o calor. A hipótese mais aceita considerava o calor como uma substância fluida indestrutível que “preencheria os poros” dos corpos e escoaria de um corpo mais quente a um mais frio. Lavoisier chamou esta substância hipotética de “calórico”. A implicação era que o calor pode ser transferido de um corpo a outro, mas a quantidade total de “calórico” se conservaria, ou seja, existiria uma lei de conservação de calor.

A hipótese rival, endossada entre outros por Francis Bacon e Robert Hooke, foi assim expressa por Newton em 1704: “O calor consiste num minúsculo movimento de vibração das partículas dos corpos”.

A principal dificuldade estava na “lei de conservação do calórico”, pois a quantidade de calórico que podia ser “espremida para fora” de um corpo por atrito era ilimitada. Com efeito, em 1798, Rumford escreveu: “Foi por acaso que me vi levado a realizar as experiências que vou relatar agora...Estando ocupado ultimamente em supervisionar a perfuração de canhões nas oficinas do arsenal militar de Munique, chamou-me a atenção o elevado grau de aquecimento de um canhão de bronze, atingido em tempos muito curtos, durante o processo de perfuração...A fonte de calor gerado por atrito nestas experiências parece ser inesgotável ... e me parece extremamente difícil de conceber qualquer coisa capaz de ser produzida ou transmitida da forma como o calor o era nestas experiências, exceto o MOVIMENTO.

Rumford foi levado a endossar a teoria alternativa de que “...o calor não passa de um movimento vibratório que tem lugar entre as partículas do corpo”.

H. Moysés Nussenzveig

Curso de Física Básica – Vol2 – 4ª. edição

Editora Edgard Blücher Ltda.

São Paulo - 2002

Um olhar mais de perto no Calor e Trabalho

Calor Q é energia em trânsito de um corpo para outro devido à diferença de temperatura entre eles.

Trabalho W é a energia que é transferida de um sistema para outro de tal modo que a diferença de temperaturas não esteja envolvida.

As grandezas Q e W não são características do estado de equilíbrio do sistema, mas sim dos processos termodinâmicos pelos quais o sistema passa quando vai de um estado de equilíbrio para outro. Desse modo, se um sistema vai de um estado de equilíbrio inicial para um outro estado de equilíbrio final, por dois caminhos diversos, para cada caminho ele terá um valor de Q e W específico.

Q e W são definidos como:

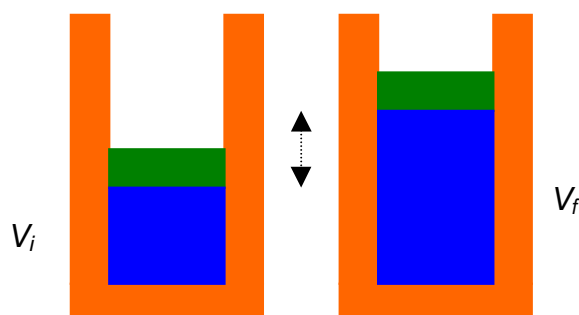
Q = calor transferido para o sistema

W = trabalho realizado pelo sistema

De modo geral, nós separamos uma certa quantidade de material que desejamos analisar. A esse material chamamos de sistema, que pode estar isolado (ou não) da sua vizinhança. A interação com a vizinhança pode ser de vários tipos: trocando calor, trocando trabalho, ou ambos os casos simultaneamente.

Um sistema sofre transformações que o levarão de um estado de equilíbrio inicial a um estado final, através de diversos estados intermediários. O caminho entre os estados inicial e final, através dos estados intermediários se dá por causa da interação do sistema com a sua vizinhança.

Para exemplificar, calculemos o trabalho feito por um sistema formado por um gás isolado no interior de um pistão, cujo êmbolo pode movimentar-se livremente sem atrito. Considere que inicialmente o êmbolo estava preso e continha um volume V_i , após ser solto ele moveu-se e o volume passou a ser V_f , quando então ele tornou a ser preso. O êmbolo subiu como consequência da pressão p exercida pelo gás. O trabalho elementar feito por esse sistema é definido como:



$$dW = F dx = p A dx$$

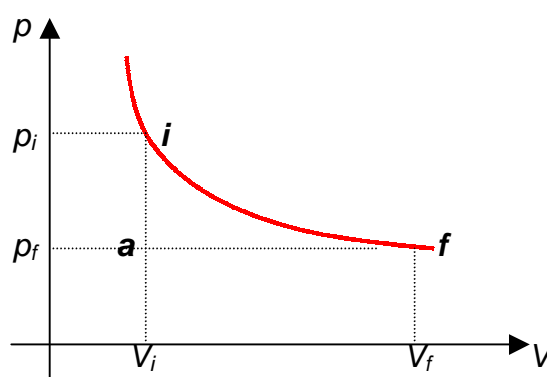
ou seja: quando o êmbolo moveu-se de dx , sob a ação de uma pressão interna p , o sistema executou um trabalho dW . A área do êmbolo é A , daí a variação de volume associada a dx é igual a $dV = A dx$, e portanto:

$$dW = p dV$$

O trabalho total executado pelo sistema entre os estados inicial e final, é definido como:

$$W_{if} = \int_i^f p dV$$

e considerando a definição de integral, temos que esse trabalho será a área abaixo da curva que vai do estado inicial até o estado final.



Como já tínhamos antecipado o valor do trabalho associado à mudança de estado do sistema não é único. Quando o sistema for do estado inicial até o final através do estado dos percursos *ia* e *af* o trabalho associado a esse percurso será diferente daquele considerado inicialmente.

A absorção de Calor

Quando uma certa quantidade de calor é transmitida para um corpo, na maioria dos casos a sua temperatura cresce. A quantidade de calor necessária para aumentar de um certo valor a temperatura de uma substância, depende da quantidade dessa substância, e varia de acordo com a substância. Se foi necessário *3min* para ferver *1litro* de água numa certa chama, serão necessários *6min* para ferver *2litros* de água na mesma chama. Se no entanto formos aquecer *1litro* azeite na mesma chama, será necessário um tempo maior que *3min*.

A propriedade física que define a quantidade de calor Q necessária para aquecer determinado material de ΔT é chamada capacidade térmica, e é definida como:

$$Q = C \cdot \Delta T$$

Desse modo poderemos calcular a capacidade térmica de *1litro* de água, de *2litros* de água, de *1litro* azeite e etc. A capacidade térmica é uma característica de uma amostra de determinada substância. Outra amostra diferente dessa mesma substância terá uma capacidade térmica diferente.

Fica claro que são limitadas as vantagens dessa propriedade física, a capacidade térmica. Mas à partir dela, definiu-se uma outra propriedade chamada calor específico c , que é uma característica de cada substância.

A propriedade física que define a quantidade de calor Q necessária para aquecer de ΔT uma massa m de determinado material é chamada calor específico, e é definida como:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

Como foi mencionado, calor é uma forma de energia e portanto a unidade de calor é a mesma de energia. Mas por razões históricas, ainda se usa como unidade de calor a *caloria* ou *cal*, que se define como a quantidade de calor necessária para aquecer *1g* de água de $14,5^{\circ}C$ até $15,5^{\circ}C$. Desse modo, a unidade do calor específico será $cal/g.^{\circ}C$.

Como foi mencionado, uma substância altera a sua temperatura quando ela troca calor com a sua vizinhança. No entanto, existem algumas situações onde não acontece exatamente desse modo; um corpo pode absorver certa quantidade de calor e no entanto manter-se com a sua temperatura constante. Quando isso acontece, diz-se que o corpo passou por uma mudança de fase. Existe um exemplo corriqueiro: uma pedra de gelo numa temperatura de $0^{\circ}C$ é retirada do congelado e colocada dentro de um copo na temperatura ambiente de $30^{\circ}C$. Esse material irá absorver calor da sua vizinhança e paulatinamente transformar-se-á em água a uma temperatura de $0^{\circ}C$.

A propriedade física que define a quantidade de calor Q necessária para uma mudança de fase de uma massa m de determinada substância é chamada calor latente, e é definida como:

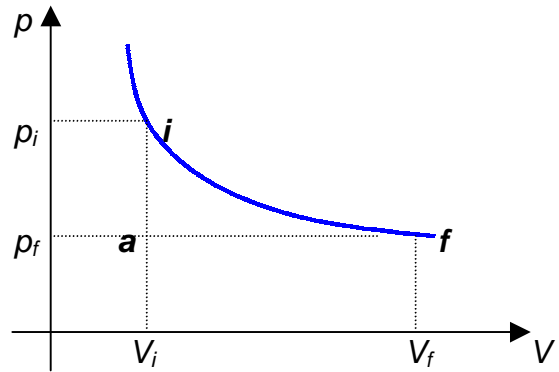
$$Q = m L$$

Quando estamos considerando a mudança do estado sólido para o estado líquido, chamamos de calor latente de fusão L_F , e quando estamos considerando a mudança do

estado líquido para o estado gasoso, chamamos de calor latente de vaporização L_V . A unidade do calor latente é cal/g .

Primeira Lei da Termodinâmica

Quando um sistema termodinâmico vai de um estado inicial i para um estado final f , ele pode fazer este “caminho” através de vários “percursos”. Na figura ao lado estão ilustrados dois “percursos”; diretamente ao longo da curva - (1) ou ao passando pelo estado a - (2). em cada percurso o trabalho executado pelo sistema tem um resultado diferente. Por outro lado, a troca do sistema com a sua vizinhança também é diferente em cada um dos dois percursos.



Define-se uma grandeza, chamada energia interna E , caracterizada pelos diversos tipos de energia possíveis de existir em uma substância quando ela está em determinado estado.

Se tivéssemos um gás diatômico, a energia interna desse gás em determinado estado teria uma parte associada ao seu movimento (energia cinética de translação), outra parte associada a rotação de um átomo em torno do outro (energia cinética de rotação), outra parte associada à oscilação de um átomo em relação ao outro (energia potencial elástica), e outros tipos de energia, de acordo com o modelo usado para descrever a molécula e o gás a que ela pertence.

No caso, mais simples, de um gás ideal monoatômico, a energia interna depende apenas do movimento dos átomos.

A diferença de energia interna entre os estados inicial e final $\Delta E_{Int} = E_F - E_I$ é uma grandeza de grande importância na termodinâmica, porque independente do percurso usado para ir de um estado para o outro, teremos sempre que:

$$\Delta E_{Int} = Q_{IF} - W_{IF} = Q_{IAF} - W_{IAF}$$

onde podemos definir a **Primeira Lei da Termodinâmica** como:

$$\Delta E_{Int} = Q - W$$

A diferença entre a quantidade de calor Q e o trabalho envolvidos em um percurso entre os estados inicial e final, depende apenas dos estados, e fornece o mesmo valor independente do percurso escolhido.

Alguns casos específicos da Primeira Lei da Termodinâmica

Processos adiabáticos

É um processo em que não existe troca de calor entre o sistema e a sua vizinhança, ou seja: o sistema está muito bem isolado termicamente. Na Natureza existem processos que podemos aproximar como adiabáticos. São aqueles que ocorrem tão

rapidamente que o sistema chega ao seu estado final antes que possa trocar calos com a vizinhança. Num processo adiabático, $Q = 0$ e de acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica:

$$\Delta E_{Int} = -W$$

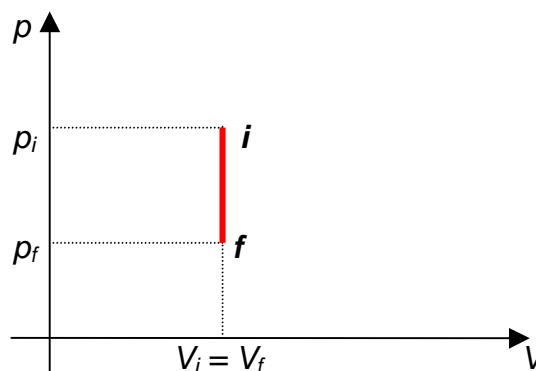
Processos a volume constante

São os chamados processos isométricos. Usando a definição de trabalho executado pelo sistema entre os estados inicial e final, encontramos que:

$$W_{if} = \int_i^f p dV = 0$$

porque não aconteceu variação de volume. Através da Primeira Lei da Termodinâmica encontramos que:

$$\Delta E_{Int} = Q$$



Processos cíclicos

Num processo cíclico o sistema passa por várias transformações, mas ao final do processo ele retorna ao estado inicial. Desse modo, temos que $E_i = E_f$ e portanto não existe variação de energia interna, logo:

$$Q = W$$

Mecanismos de transferência de Calor

A transferência de calor de um ponto a outro de um meio se dá através de três processos diferentes: convecção, radiação e condução.

A convecção ocorre tipicamente num fluido, e se caracteriza pelo fato de que o calor é transferido pelo movimento do próprio fluido, que constitui uma corrente de convecção. Um fluido aquecido localmente em geral diminui de densidade e por conseguinte tende a subir sob o efeito gravitacional, sendo substituído por um fluido mais frio, o que gera naturalmente correntes de convecção. O borbulhar da água fervente em uma panela é o resultado de correntes de convecção.

A radiação transfere calor de um ponto a outro através da radiação eletromagnética. A radiação térmica é emitida de um corpo aquecido e ao ser absorvida por outro corpo pode aquecê-lo, convertendo-se em calor. O aquecimento solar é uma forma de aproveitamento da radiação solar para a produção de calor. Um ferro em brasa emite radiação térmica e aquece a região que o rodeia.

A condução de calor só pode acontecer através de um meio material, sem que haja movimento do próprio meio. Ocorre tanto em fluidos quanto em meios sólidos sob o efeito de diferenças de temperatura.

H. Moysés Nussenzveig

Curso de Física Básica – Vol2 – 4ª. edição

Editora Edgard Blücher Ltda.

São Paulo – 2002

Quando colocamos uma panela com água no fogo, ele começa a aquecer a água. Esse processo inicial de aquecimento se dá por condução de calor, e a parte na superfície da água vai sendo aquecida paulatinamente. No entanto a taxa de aquecimento da água no fundo da panela é maior do que a taxa de aquecimento da água na superfície. A água entre o fundo e a superfície não dá conta da condução do calor que é comunicado através do fogo. Começam a se formar no fundo bolsões de água mais quentes que a vizinhança, e esses bolsões começam a subir para a superfície. Nesse instante a convecção passa a ser o processo principal de condução de calor na panela. E isso acontece por causa da incapacidade da água conduzir calor de maneira adequada nesta panela sobre o fogo.

Condução

Consideremos dois reservatórios térmicos que estão a temperaturas diferentes T_Q e T_F , tais que $T_Q > T_F$. Estes dois reservatórios serão conectados por uma placa de área transversal A e comprimento L , conforme mostra a figura ao lado. Vamos supor que a placa está isolada das vizinhanças, de modo que através dela passa apenas o fluxo de calor entre os reservatórios. Intuitivamente pode-se perceber que a taxa de transferência de calor dQ/dt que flui através da placa é proporcional à sua área e a diferença de temperatura entre os reservatórios de calor, e inversamente proporcional ao seu comprimento. Ou seja:

$$\frac{dQ}{dt} = kA \frac{T_Q - T_F}{L}$$

onde a constante de proporcionalidade k é conhecida como condutividade térmica da barra. Se considerarmos uma placa de comprimento Δx , que une dois reservatórios que têm uma diferença de temperatura ΔT , encontraremos que:

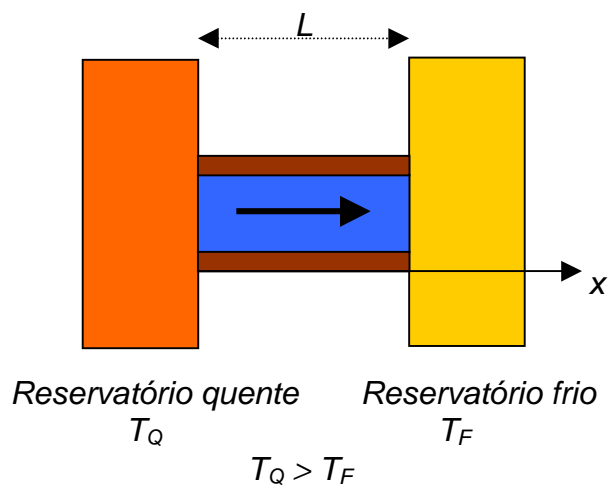
$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

onde o sinal negativo exprime o fato que o calor flui de temperaturas mais quentes para temperaturas mais frias. Quando tivermos $\Delta x \rightarrow 0$, encontraremos que:

$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx}$$

No estado estacionário, a temperatura na barra não depende mais do tempo t , e o fluxo de calor é o mesmo em qualquer parte da barra. Desse modo dQ/dt é uma constante, e a equação anterior toma a forma:

$$P = -kA \frac{dT}{dx} \Rightarrow dT = -\frac{P}{kA} dx \quad \therefore T_F - T_Q = -\frac{P}{kA} (x_F - x_Q)$$



ou seja:

$$\Delta T = \frac{P}{kA} L$$

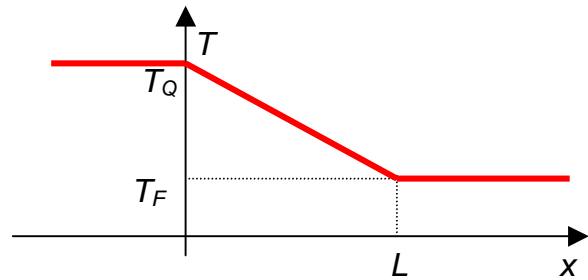
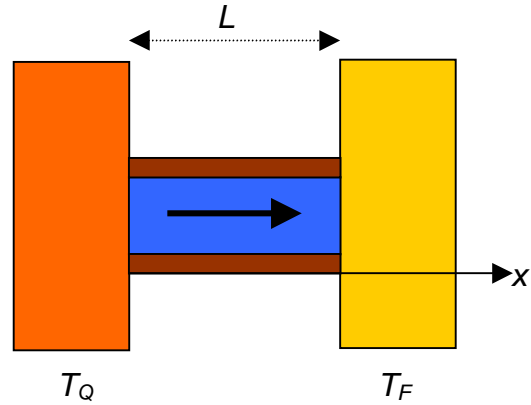
logo:

$$P = \frac{dQ}{dt} = kA \frac{\Delta T}{L} = kA \frac{T_Q - T_F}{L}$$

e desse modo poderemos calcular o fluxo de calor através da placa. Se quisermos saber como varia a temperatura ao longo da barra, podemos usar que:

$$dT = -\frac{P}{kA} dx \Rightarrow T(x) = -\frac{P}{kA} x + T_Q$$

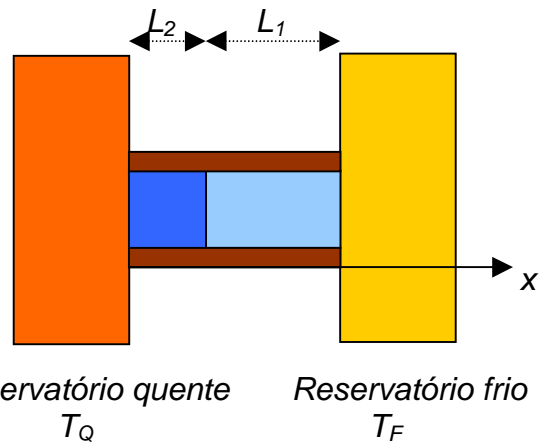
$$T(x) = \left(\frac{T_F - T_Q}{L} \right) x + T_Q$$



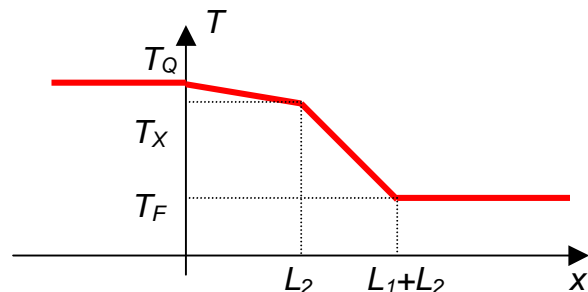
Condução através de uma parede composta
 Consideremos dois reservatórios térmicos que estão a temperaturas diferentes T_Q e T_F , tais que $T_Q > T_F$. Estes dois reservatórios serão conectados por duas placas de mesma área transversal A ; comprimentos L_1 e L_2 e condutividades térmicas k_1 e k_2 respectivamente, conforme mostra a figura ao lado.

Encontre a temperatura na junção das placas o fluxo de calor através delas.

O fluxo de calor que sair da fonte quente e atravessar a primeira placa, será o mesmo que irá atravessar a segunda placa e chegar até a fonte fria. Portanto o fluxo P_1 que atravessa a primeira placa é igual ao fluxo P_2 que atravessa a segunda placa



Reservatório quente T_Q Reservatório frio T_F
 $T_Q > T_F$



Mas

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_1}{dt} = \frac{dQ_2}{dt}$$

$$P = \frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$\begin{cases} P_1 = -k_1 A \frac{dT}{dx} & \therefore P_1 = k_1 A \frac{T_Q - T_X}{L_2} \\ P_2 = -k_2 A \frac{dT}{dx} & \therefore P_2 = k_2 A \frac{T_X - T_F}{L_1} \end{cases}$$

No entanto

$$P_1 = P_2 \Rightarrow k_2 A \frac{T_Q - T_X}{L_2} = k_1 A \frac{T_X - T_F}{L_1}$$

ou seja:

$$T_X (L_2 k_1 + L_1 k_2) = T_Q L_1 k_2 + T_F L_2 k_1$$

$$T_X = \frac{T_Q L_1 k_2 + T_F L_2 k_1}{L_2 k_1 + L_1 k_2} = \frac{L_1 L_2 \left(T_Q \frac{k_2}{L_2} + T_F \frac{k_1}{L_1} \right)}{L_1 L_2 \left(\frac{k_2}{L_2} + \frac{k_1}{L_1} \right)}$$

$$T_X = \frac{T_Q \frac{k_2}{L_2} + T_F \frac{k_1}{L_1}}{\frac{k_2}{L_2} + \frac{k_1}{L_1}}$$

Por outro lado:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_1}{dt} = \frac{dQ_2}{dt}$$

ou seja:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{k_1 A}{L_1} (T_X - T_F) = \frac{k_1 A}{L_1} \left[\left(\frac{T_Q \frac{k_2}{L_2} + T_F \frac{k_1}{L_1}}{\frac{k_2}{L_2} + \frac{k_1}{L_1}} \right) - T_F \right]$$

e finalmente:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{A(T_Q - T_F)}{\frac{L_2}{k_2} + \frac{L_1}{k_1}}$$

Radiação

A taxa P com que um objeto emite radiação depende da área A da superfície deste objeto e da temperatura T dessa área em Kelvins, e é dada por:

$$P = \sigma \varepsilon A T^4$$

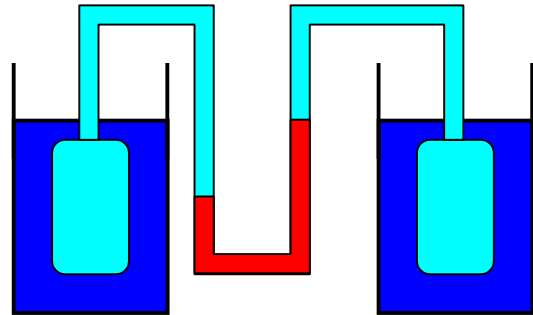
Nesta equação $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ é chamada a constante de Stefan-Boltzmann. E a grandeza ε é a emissividade da superfície do objeto que vale entre 0 e 1 dependendo da composição da superfície.

Solução de alguns problemas

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

03 Um certo termômetro a gás é construído com dois bulbos contendo gás, cada um dos quais é colocado em banho-maria, como mostrado na figura à seguir. A diferença de pressão entre os dois bulbos é medida por um manômetro de mercúrio como mostrado. Reservatórios apropriados, não mostrados no diagrama, mantêm o volume de gás constante nos dois bulbos.

- i. Não há nenhuma diferença de pressão quando as duas cubas estão no ponto tríplice da água.
- ii. A diferença de pressão é de 120Torr quando uma das cubas está no ponto tríplice e a outra está no ponto de ebulição da água.
- iii. Ela vale 90Torr quando uma das cubas está no ponto tríplice da água e a outra está a uma temperatura desconhecida a ser medida.



Qual a temperatura a ser medida?

$$1\text{Torr} = 1\text{mmHg}$$

- i. Esse termômetro será construído considerando-se que um dos bulbos estará na temperatura do ponto triplo e o outro numa temperatura desconhecida, a ser medida. A diferença de pressão Δp é a propriedade termométrica a ser usada neste termômetro, logo:

$$T = a \Delta p + b$$

Quando o segundo bulbo também estiver na temperatura do ponto triplo, teremos que:

$$T_{Tr} = a \cdot 0 + b \quad \therefore \quad b = T_{Tr}$$

- ii. Quando o segundo bulbo estiver no ponto de ebulição, teremos que:

$$T_{Eb} = a \cdot p_1 + b \quad ; \quad p_1 = 120\text{Torr}$$

$$a = \frac{T_{Eb} - b}{p_1} \quad \therefore \quad a = \frac{T_{Eb} - T_{Tr}}{p_1}$$

ou seja:

$$T = \left(\frac{T_{Eb} - T_{Tr}}{p_1} \right) \Delta p + T_{Tr}$$

- iii. Para a temperatura desconhecida teremos que:

$$T = a \cdot p_2 + b \quad ; \quad p_2 = 90\text{Torr}$$

ou seja:

$$T = \left(\frac{T_{Eb} - T_{Tr}}{\rho_1} \right) \rho_2 + T_{Tr}$$

$$T = (373,16K - 273,16K) \frac{90Torr}{120Torr} + 273,16$$

$$T = 348,16K$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

05 A que temperatura os seguintes pares de escala possuem a mesma leitura, se isto acontecer:

a) Fahrenheit e Celsius.

A relação entre estas escalas é:

$$T_C = \left(\frac{5}{9} \right) (T_F - 32)$$

e portanto teremos mesma leitura T_0 quando:

$$T_0 = \left(\frac{5}{9} \right) (T_0 - 32)$$

ou seja:

$$T_0 = -40^{\circ}C = -40^{\circ}F$$

b) Fahrenheit e Kelvin.

Temos que

$$T_C = \left(\frac{5}{9} \right) (T_F - 32)$$

e

$$T_K = T_C + 273,16$$

ou seja:

$$T_K = 273,16 + \left(\frac{5}{9} \right) (T_F - 32)$$

e portanto teremos mesma leitura T_0 quando:

$$T_0 = 273,16 + \left(\frac{5}{9} \right) (T_0 - 32)$$

ou seja:

$$T_0 = 574,61^{\circ}F = 574,61K$$

c) Celsius e Kelvin

A relação entre estas escalas é:

$$T_K = T_C + 273,16$$

e como é uma relação aditiva, não existe a possibilidade de termos as mesmas leituras nas duas escalas.

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

07 Observa-se no dia-a-dia que objetos quentes e frios se esfriam o aquecem até a temperatura do ambiente ao seu redor. Se a diferença de temperatura ΔT ente um objeto e o seu ambiente ($\Delta T = T_{Obj} - T_{Amb}$) não for muito grande, a taxa de resfriamento ou de aquecimento de um objeto é proporcional, aproximadamente, a essa diferença de temperatura; ou seja:

$$\frac{d(\Delta T)}{dt} = -A(\Delta T)$$

onde A é constante. O sinal negativo aparece porque ΔT diminui com o tempo se ΔT for positivo e aumenta com o tempo se ΔT for negativo. Essa equação é conhecida como a *Lei de resfriamento de Newton*.

a) De que fatores depende A ? Qual é a sua unidade?

A depende principalmente da condutividade térmica do objeto. O lado esquerdo da equação tem unidades de temperatura sobre tempo, e desse modo, a unidade de A é o inverso de tempo: s^{-1} .

b) Se em algum instante $t = 0$ a diferença de temperatura for ΔT_0 , mostre que em um instante posterior ela será

$$\Delta T = \Delta T_0 e^{-At}$$

Da equação diferencial, encontramos que:

$$\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -A dt$$

e quando integramos:

$$\ln(\Delta T) = -At + c_1$$

ou seja

$$\Delta T(t) = e^{c_1} e^{-At} = c_2 e^{-At}$$

Considerando as condições iniciais:

$$\Delta T(0) = c_2 = \Delta T_0$$

chegamos a:

$$\Delta T = \Delta T_0 e^{-At}$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

09 Suponha que em uma escala linear de temperatura X , a água ferva a $-53,5^\circ X$ e se congele a $-170^\circ X$. Qual a temperatura de $340K$ na escala X ?

Vamos supor que a relação entre a escala X e a escala Kelvin seja linear, ou seja:

$$X(K) = a \cdot K + b$$

e ainda temos que:

	X	K
T_1	$-53,5^{\circ}X$	$373,16K$
T_2	$-170,0^{\circ}X$	$273,16K$

Desse modo:

$$X_1 = a K_1 + b$$

$$X_2 = a K_2 + b$$

logo:

$$X_1 - X_2 = a(K_1 - K_2) \quad \therefore \quad a = \frac{X_1 - X_2}{K_1 - K_2} = \frac{-53,5 - 170,0}{373,16 - 273,16}$$

ou seja:

$$a = 1,165^{\circ}X/K$$

E ainda:

$$b = X_1 - a K_1 = -488,045^{\circ}X$$

Portanto:

$$X(K) = 1,165 \cdot K - 488,045$$

Quando a temperatura $T_0 = 340K$, usando essa relação anterior, encontramos

$$T_0 = -91,945^{\circ}X$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

16 A área S de uma placa retangular é ab . O seu coeficiente de expansão linear é α . Após um aumento de temperatura ΔT , o lado a aumenta de Δa e o lado b aumenta de Δb . Mostre que se a pequena quantidade $(\Delta a \Delta b)/ab$ for desprezada, então $\Delta S = 2 \alpha S \Delta T$.

$$\Delta a = \alpha a \Delta T$$

e

$$\Delta b = \alpha b \Delta T$$

$$S = a b$$

$$S + \Delta S = (a + \Delta a) (b + \Delta b)$$

$$S + \Delta S = a b + a \Delta b + b \Delta a + \Delta a \Delta b$$

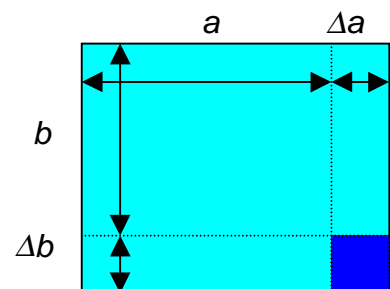
$$S + \Delta S = a b + 2 a b \alpha \Delta T + a b (\alpha \Delta T)^2$$

Considerando que:

$$2 \alpha \Delta T \gg (\alpha \Delta T)^2$$

teremos

$$\Delta S = 2 \alpha S \Delta T$$



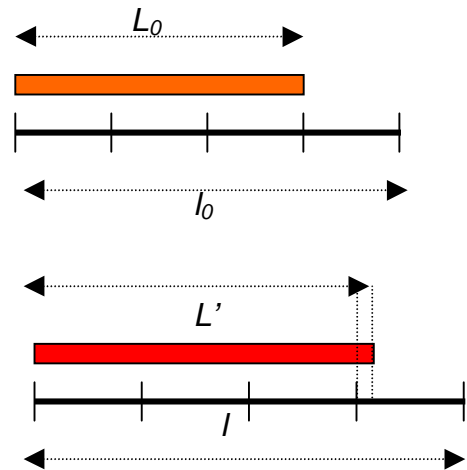
Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

18 A $20^{\circ}C$, uma haste mede exatamente $20,05cm$ de comprimento em uma régua de aço. Tanto a haste quanto a régua são colocadas em um forno a $270^{\circ}C$, onde a haste passa a medir $20,11cm$ na mesma régua. Qual o coeficiente de expansão térmica para o material do qual é feita a haste?

$$\begin{aligned}
 T_i &= 20^\circ\text{C} & L_0 &= 20,05\text{cm} \\
 T_f &= 270^\circ\text{C} & L' &= 20,11\text{cm} \\
 \Delta T &= 250^\circ\text{C} & \alpha_A &= 11 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}
 \end{aligned}$$

Se tivéssemos duas régua idênticas de aço, uma a uma temperatura de 20°C e a outra a uma temperatura de 270°C , graduadas em cm , teríamos que l_0 a 20°C e l a 270°C se relacionam da seguinte maneira:

$$l = l_0(1 + \alpha_A \Delta T) \Rightarrow \frac{l}{l_0} = 1 + \alpha_A \Delta T = 1,00275$$



ou seja: a gradação dilatou-se de $0,275\%$ e conseqüentemente as medidas efetuadas deverão ser alteradas desta fração. A gradação da régua sofreu uma variação percentual igual a variação percentual da régua como um todo. Desse modo, deveríamos fazer uma correção na medida L' realizada pela régua dilatada:

$$L = \left(\frac{l}{l_0} \right) L' = (1,00275) \cdot (20,11) \Rightarrow L = 20,165\text{cm}$$

O comprimento da haste dilatada L , medido pela régua não dilatada (a 20°C) forneceria o resultado L_0 :

Como queremos saber o quanto a haste se dilatou, devemos fazer as medidas antes e depois da dilatação com um instrumento que não se dilatou. Devemos usar L como sendo o comprimento da haste medido por uma régua que não sofreu dilatação, logo:

$$L = L_0(1 + \alpha_H \Delta T) \quad \therefore \quad \alpha_H = \frac{L - L_0}{L_0 \Delta T}$$

ou seja:

$$\alpha_H = 23 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

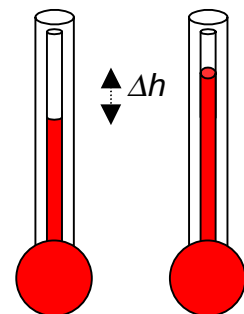
- 21 Mostre que quando a temperatura de um líquido em um barômetro varia de ΔT e a pressão é constante, a altura h do líquido varia de $\Delta h = \beta h \Delta T$ onde β é o coeficiente de expansão volumétrica deste líquido. Despreze a expansão do tubo de vidro.

Vamos considerar que o líquido se expande de acordo com a equação:

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta T)$$

Mas como o tubo de vidro do barômetro tem uma dilatação desprezível, o líquido só poderá expandir-se ao longo do comprimento do tubo, que está vazio. Desse modo, temos que:

$$V_0 = A_0 h_0 \quad \text{e} \quad V = A_0 h$$



ou seja:

$$V - V_0 = (h - h_0) A_0 = \Delta h A_0$$

Mas por outro lado:

$$V - V_0 = V_0 \beta \Delta T = \beta h_0 A_0 \Delta T$$

Portanto:

$$\Delta h = h_0 \beta \Delta T$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

22 Quando a temperatura de uma moeda de cobre é elevada de 100°C o seu diâmetro aumenta de $0,18\%$. Calcule com dois algarismos significativos:

$$\Delta T = 100^\circ\text{C}$$

$$\left(\frac{\Delta d}{d_0}\right)\% = 0,18\% \quad \therefore \left(\frac{\Delta d}{d_0}\right) = 0,0018$$

logo

$$d = d_0(1 + \alpha\Delta T) \quad \therefore \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{\Delta d}{d_0} = \alpha\Delta T = 0,0018$$

a) O aumento percentual da área de uma face.

$$A = A_0(1 + \gamma\Delta T) \quad \therefore \frac{A - A_0}{A_0} = \frac{\Delta A}{A_0} = \gamma\Delta T = 2\alpha\Delta T = 0,0036$$

logo:

$$\left(\frac{\Delta A}{A_0}\right)\% = 0,36\%$$

b) O aumento percentual da espessura.

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha\Delta T = 0,0018$$

logo:

$$\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)\% = 0,18\%$$

c) O aumento percentual do volume.

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \beta\Delta T = 3\alpha\Delta T = 0,0054$$

logo:

$$\left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)\% = 0,54\%$$

d) O aumento percentual da massa da moeda.

A massa obviamente não se modifica quando aumenta a temperatura.

e) O coeficiente de expansão linear da moeda.

$$d = d_0(1 + \alpha\Delta T) \quad \therefore \quad \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{\Delta d}{d_0} = \alpha\Delta T = 0,0018$$

logo:

$$\alpha = \frac{\Delta d}{d_0\Delta T} = 18 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

23 Um relógio de pêndulo com um pêndulo feito de latão é projetado para medir com precisão o tempo a 20°C . Se o relógio operar a 0°C , qual a intensidade de seu erro, em segundos por hora? O relógio adianta ou atrasa?

$$\begin{aligned} T_i &= 20^\circ\text{C} \\ T_f &= 0^\circ\text{C} \\ \Delta T &= -20^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_L &= 0,7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\ T &= 2\pi \sqrt{\frac{I}{g}} \end{aligned}$$

O período do pêndulo T vai se alterar da seguinte maneira:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{I'}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{I}{g}}} = \sqrt{\frac{I'}{I}} = \sqrt{\frac{I(1 + \alpha_L\Delta T)}{I}} = \sqrt{1 + \alpha_L\Delta T} = 0,999997$$

ou seja:

$$T' = T\sqrt{1 + \alpha_L\Delta T}$$

Como o tempo esfria, a haste do pêndulo se contrai diminuindo o seu tamanho, e portanto *diminuindo o seu tempo correspondente ao seu período*, ou seja: $T' < T$. Desse modo, o mesmo intervalo de tempo passa a ter mais períodos que antes. Como o tempo é medido nesse tipo de relógio em relação ao número de períodos **o relógio irá adiantar**. Se inicialmente em 10s temos 10 períodos, depois do esfriamento teremos mais períodos neste intervalo de tempo, e o relógio irá indicar um intervalo de tempo maior que os 10s iniciais.

Imaginemos a medição de um certo a medição de um certo intervalo de tempo t que corresponde a um certo número n de períodos T . Temos então que:

$$n = \frac{t}{T}$$

Para calcular qual intervalo de tempo t' será medido quando a temperatura variar, devemos multiplicar o número de períodos n pelo valor do novo período T' . Ou seja:

$$t' = nT' = t \left(\frac{T'}{T} \right) \quad \therefore \quad \Delta t = t - t' = t \left(1 - \frac{T'}{T} \right) = t \left(\frac{\Delta T}{T} \right)$$

$$\Delta t = t \sqrt{1 + \alpha_L \Delta T} = 7 \times 10^{-6} t$$

<i>t</i> - intervalo	Δt - atraso
1 hora	0,0252s
1 dia	0,6048s
1 mês	18,144s

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

25 Como resultado de uma elevação de temperatura de 32°C , uma barra com uma fissura no seu centro empena para cima. Se a distância fixa L_0 for $3,77\text{m}$ e o coeficiente de expansão linear da barra for $25 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$, determine a elevação x do centro da barra.

$$\begin{aligned} \Delta T &= 32^{\circ}\text{C} \\ L_0 &= 3,77\text{m} \\ \alpha &= 25 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

$$L = L_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

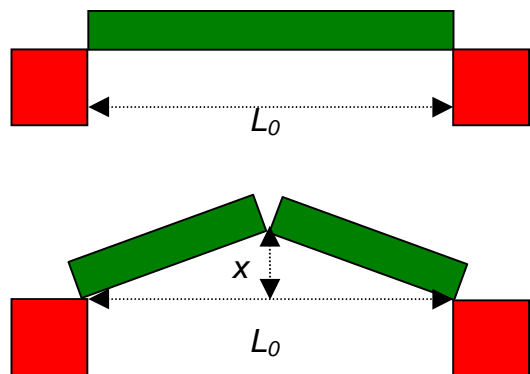
e

$$\left(\frac{L}{2} \right)^2 = \left(\frac{L_0}{2} \right)^2 + x^2$$

ou seja:

$$x^2 = \left(\frac{L_0}{2} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{L}{L_0} \right)^2 \right]$$

$$x = \frac{L_0}{2} \sqrt{(1 + \alpha \Delta T)^2 - 1} = 0,02 L_0 = 0,0754\text{m}$$



Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker – Edição antiga

“32”

Consideremos um termômetro de mercúrio em vidro. Suponhamos que a seção transversal do capilar seja constante, A_0 , e que V_0 seja o volume do tubo do termômetro a 0°C . Se o mercúrio for exatamente o suficiente para encher o tubo a 0°C , mostre que o comprimento L da coluna de mercúrio no capilar, depois de uma variação de temperatura ΔT , será:

$$L = \frac{V_0}{A_0} (\beta - 3\alpha) \Delta T$$

ou seja: é proporcional à temperatura; β é o coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio e α é o coeficiente de dilatação linear do vidro.

Quando a temperatura varia, o volume do tubo esférico de vidro varia para V_V e o mercúrio que o preenchia inicialmente, varia para V_M . desse modo, temos que:

$$V_M = V_0 (1 + \beta_M \Delta T)$$

e

$$V_V = V_0 (1 + \beta_V \Delta T)$$

Se existir um aumento de temperatura, o mercúrio transbordará do tubo esférico.

Seja ΔV o volume de mercúrio que transbordará:

$$\Delta V = V_M - V_V = V_0 (1 + \beta_M \Delta T) - V_0 (1 + \beta_V \Delta T) = V_0 (\beta_M - \beta_V) \Delta T$$

Mas

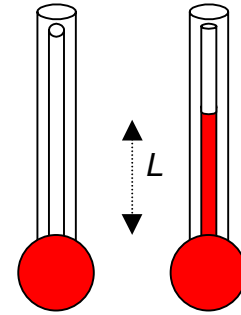
$$\Delta V = A_0 L$$

logo

$$\Delta V = V_0 (\beta_M - \beta_V) \Delta T = A_0 L$$

Como temos que $\beta_M = \beta$ e $\beta_V = 3\alpha$, teremos:

$$L = \frac{V_0}{A_0} (\beta - 3\alpha) \Delta T$$



Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker – **Edição antiga**

“33”

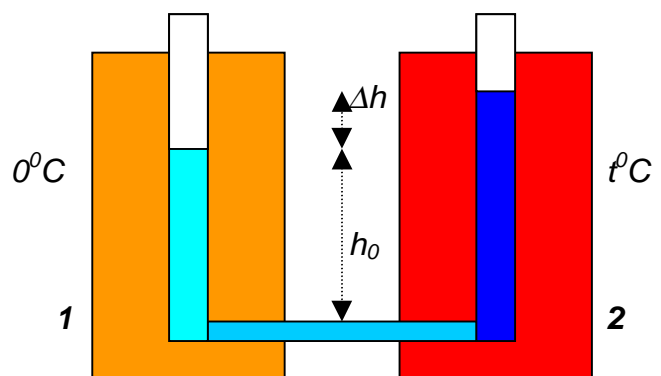
Dois tubos verticais contêm um líquido e estão ligados, pelas extremidades inferiores, por um tubo capilar horizontal. Um dos tubos verticais encontra-se em um banho que contém gelo e água em equilíbrio (0°C) e o outro está em um banho de água quente ($t^\circ\text{C}$). A diferença entre as alturas nas colunas líquidas nos dois tubos é Δh ; h_0 é a altura da coluna a 0°C .

- a) Mostrar que esse aparelho, usado originalmente por Dulong e Petit em 1816, pode ser utilizado para medir o verdadeiro coeficiente de dilatação β de um líquido (e não a dilatação diferencial entre ele e o vidro.

Como os tubos verticais se comunicam e estão conectados por um tubo capilar horizontal, as suas pressões nos pontos mais baixos são iguais, ou seja:

$$p_1 = p_2 \quad \therefore \quad p_0 + \rho_1 g h_0 = p_0 + \rho_2 g (h_0 + \Delta h) \quad \Rightarrow \quad h_0 (\rho_1 - \rho_2) = \rho_2 \Delta h$$

É o mesmo líquido que preenche os dois tubos e o capilar, e portanto o peso desse líquido na coluna direita é igual ao peso na coluna esquerda. As colunas



têm alturas diferentes devido a diferença de densidade dos líquidos, e as densidades são diferentes por as temperaturas nas colunas são diferentes. Como os pesos das colunas são iguais, temos que as massas de líquido nas colunas são iguais. A densidade é definida como:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

ou seja:

$$h_0 \left(\frac{M}{V_1} - \frac{M}{V_2} \right) = \frac{M}{V_2} \Delta h \Rightarrow h_0 M \left(\frac{V_2 - V_1}{V_1 V_2} \right) = M \frac{\Delta h}{V_2}$$

logo:

$$h_0 (V_2 - V_1) = V_1 \Delta h$$

As massas das colunas são iguais, e os volumes são diferentes devido a diferença de temperatura, logo eles estão relacionados como:

$$V_2 = V_1 (1 + \beta \Delta T)$$

onde

$$\Delta T = t - 0^\circ\text{C} = t$$

ou seja:

$$V_2 - V_1 = V_1 \beta t$$

e portanto:

$$V_2 - V_1 = \frac{V_1 \Delta h}{h_0} = V_1 \beta t \quad \therefore \beta = \frac{\Delta h}{h_0 t}$$

- b) Determine β sabendo-se que quando $t = 16^\circ\text{C}$, tem-se $h_0 = 126\text{cm}$ e $\Delta h = 1,5\text{cm}$.

$$\beta = 7,4 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker

- 35 Um pequeno aquecedor elétrico de imersão é usado para aquecer 100g de água para uma xícara de café instantâneo. O aquecedor está rotulado com "200Watts", o que significa que ele converte energia elétrica em energia térmica com essa taxa. Calcule o tempo necessário para levar toda essa água de 23°C para 100°C , ignorando quaisquer perdas.

$$m = 100\text{g}$$

$$P = 200\text{W}$$

$$c = 1\text{cal/g.}^\circ\text{C}$$

$$T_i = 23^\circ\text{C}$$

$$T_f = 100^\circ\text{C}$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 100 \cdot 1 \cdot (100 - 23) = 7.700\text{cal}$$

ou seja:

$$Q = 32.232,2 \text{ Joules}$$

Mas

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{P} = \frac{32.233,2\text{Joules}}{200\text{Watts}} = 161,1\text{s}$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

43 Que massa de vapor d'água a 100°C deve ser misturada com 150g de gelo no seu ponto de fusão, em um recipiente isolado termicamente, para produzir água líquida a 50°C ?

$$\begin{aligned} m_G &= 150\text{g} \\ c &= 1\text{cal/g}^{\circ}\text{C} \\ L_F &= 79,5\text{cal/g} \\ L_V &= 539\text{cal/g} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= 0^{\circ}\text{C} \\ T_2 &= 50^{\circ}\text{C} \\ T_3 &= 100^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Como todo esse material está isolado, a quantidade de calor que esse sistema troca com a vizinhança é nulo. Se um material que tem calor específico c , com massa M , varia a sua temperatura de T_i até T_f ele absorveu de sua vizinhança uma quantidade de calor Q , dada por

$$Q = M \cdot c \cdot (T_f - T_i)$$

Se $Q < 0$ dizemos que ele cedeu calor para a vizinhança. Por outro lado se uma massa M de gelo se transforma em água ela absorveu calor $M L_F$ da vizinhança, e se vapor d'água se transforma em líquido ele cedeu calor $M L_V$ para a vizinhança. Desse modo, temos que:

$$\Delta Q = 0$$

$$+ m_G L_F + m_G \cdot c \cdot (T_2 - T_1) - m L_V + m \cdot c \cdot (T_2 - T_3) = 0$$

Logo

$$m = \frac{m_G L_F + m_G c (T_2 - T_1)}{L_V + c (T_3 - T_2)}$$

ou seja:

$$m = 32,97\text{g}$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

46 Uma garrafa térmica isolada contém 130cm^3 de café quente, a uma temperatura de 80°C . Você insere um cubo de gelo de 12g no seu ponto de fusão para esfriar o café. De quantos graus o seu café esfriou quando o gelo se derreteu? Trate o café como se ele fosse água pura e despreze as transferências de energia para o ambiente.

$$\rho_A = 1\text{g/cm}^3,$$

Mas

$$m_A = \rho_A \cdot V_A$$

logo:

$$V_A = 130\text{cm}^3 \Rightarrow m_A = 130\text{g}$$

$$L_F = 79,5\text{cal/g}$$

$$\begin{aligned} m_A &= 130\text{g} \\ T_A &= 80^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_G &= 12\text{g} \\ T_G &= 0^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Como o sistema está isolado, temos que

$$\Delta Q = 0$$

ou seja:

$$m_A \cdot c \cdot (T_F - T_A) + m_G L_F + m_G \cdot c \cdot (T_F - T_G) = 0$$

$$T_F = \frac{m_A c T_A + m_G c T_G - m_G L_F}{m_A c + m_G c} = 66,52^\circ C$$

Mas

$$\Delta T = T_A - T_F = 80^\circ C - 66,52^\circ C$$

ou seja:

$$\Delta T = 13,48^\circ C$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

49 Uma amostra de gás se expande de $1m^3$ para $4m^3$ enquanto a sua pressão diminui de $40Pa$ para $10Pa$. Quanto trabalho é realizado pelo gás se a sua pressão varia com o volume passando por cada uma das três trajetórias mostradas no diagrama $p-V$ da figura ao lado?

$$W_B = W_{12} = \int_1^2 p dV$$

Para calcular esta integral devemos saber com a pressão p varia com o volume V ao longo da trajetória **B**. Através do gráfico constatamos que a curva é uma reta, do tipo:

$$p = a V + b$$

onde

$$a = \frac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} = \frac{10 - 40}{4 - 1} = -10 Pa/m^3$$

e

$$b = p_1 - a V_1 \Rightarrow b = 50Pa$$

ou seja:

$$p = -10 V + 50$$

e desse modo:

$$W_B = \int_{V_1}^{V_2} (-10V + 50) dV = -10 \frac{V^2}{2} \Big|_1^4 + 50V \Big|_1^4$$

logo:

$$W_B = 75Joules$$

Por outro lado:

$$W_C = W_{14} + W_{42} = W_{42} = (10Pa) \cdot (4-1)m^3$$

ou seja:

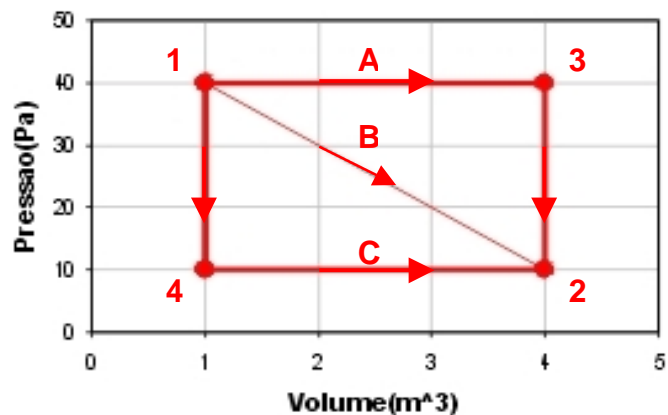
$$W_C = +30Joules$$

e também:

$$W_A = W_{13} + W_{32} = W_{32} = (40Pa) \cdot (4-1)m^3$$

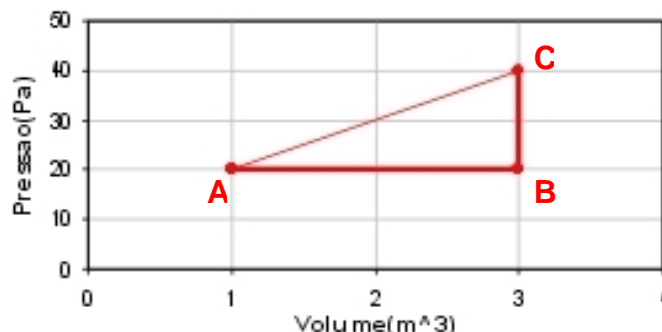
ou seja:

$$W_A = +120Joules$$



50. Um sistema termodinâmico é levado de um estado inicial A para um outro estado B e de volta ao estado A , passando pelo estado C , como é mostrado pela trajetória $ABCA$ no diagrama p - V da figura à seguir.

	Q	W	ΔE_{INT}
$A \rightarrow B$	+	+	+
$B \rightarrow C$	+	0	+
$C \rightarrow A$	-	-	-



- a) Complete a tabela acima preenchendo-a com $+$ ou $-$ para o sinal de cada grandeza termodinâmica associada com cada etapa do ciclo.

A primeira lei da termodinâmica diz que:

$$\Delta E = Q - W$$

$A \rightarrow B$

$$W_{AB} = p_A (V_B - V_A) > 0$$

mas como $\Delta E_{AB} > 0$,

$$Q_{AB} > W_{AB} > 0$$

$B \rightarrow C$

$$W_{BC} = 0$$

mas como $Q_{BC} > 0$,

$$\Delta E_{BC} > 0$$

$C \rightarrow A$

$$W_{CA} = \int_C^A p dV < 0$$

pois envolve uma compressão: $V_C > V_A$. Por outro lado:

$$\Delta E_{AB} = E_B - E_A > 0$$

e

$$\Delta E_{BC} = E_C - E_B > 0$$

ou seja:

$$E_C - E_A > 0$$

e portanto

$$\Delta E_{CA} = E_A - E_C < 0$$

Como $\Delta E_{CA} < 0$ e $W_{CA} < 0$, podemos usar a primeira lei da termodinâmica e concluir que $Q_{CA} < 0$.

- b) Calcule o valor numérico do trabalho realizado pelo sistema para o ciclo $ABCA$ completo.

O trabalho é a área abaixo da curva no gráfico p versus V . Em um ciclo, o

trabalho W será a área no interior da curva. Como já foi explicado $W_{CA} < 0$, e portanto o trabalho no ciclo será negativo.

$$W = \frac{1}{2}(\text{base}) \cdot (\text{altura}) = \frac{1}{2}(3 - 1)(40 - 20) \text{ m}^3 \text{ Pa}$$

$$W = 20 \text{ Joules}$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

53 Quando um sistema é levado do estado i para o estado f ao longo da trajetória iaf na figura à seguir, $Q = 50 \text{ cal}$ e $W = 20 \text{ cal}$. Ao longo da trajetória ibf , $Q = 36 \text{ cal}$.

a) Qual o valor de W ao longo da trajetória ibf ?

$$iaf : \begin{cases} Q = 50 \text{ cal} \\ W = 20 \text{ cal} \end{cases}$$

e

$$ibf : \begin{cases} Q = 36 \text{ cal} \end{cases}$$

Usando a primeira lei da termodinâmica, encontramos que:

$$\Delta E_{if} = Q_{iaf} - W_{iaf} = 30 \text{ cal}$$

Mas, por outro lado

$$\Delta E_{if} = Q_{ibf} - W_{ibf}$$

ou seja:

$$W_{ibf} = Q_{ibf} - \Delta E_{if} = 6 \text{ cal}$$

b) Se $W = -13 \text{ cal}$ para a trajetória de volta fi , qual será Q para essa trajetória?

$$\Delta E_{if} = E_f - E_i \quad \therefore \quad \Delta E_{fi} = E_i - E_f = -\Delta E_{if} = -30 \text{ cal}$$

logo:

$$Q_{fi} = \Delta E_{fi} + W_{fi} = -43 \text{ cal}$$

c) Considere $E_i = 10 \text{ cal}$, qual é o valor de E_f ?

$$\Delta E_{if} = E_f - E_i \quad \therefore \quad E_f = \Delta E_{if} + E_i = 30 \text{ cal} + 10 \text{ cal} = 40 \text{ cal}$$

d) Considere $E_b = 22 \text{ cal}$, qual o valor de Q para as trajetórias ib e bf ?

$$\Delta E_{ib} = E_b - E_i = 22 - 10 = 12 \text{ cal}$$

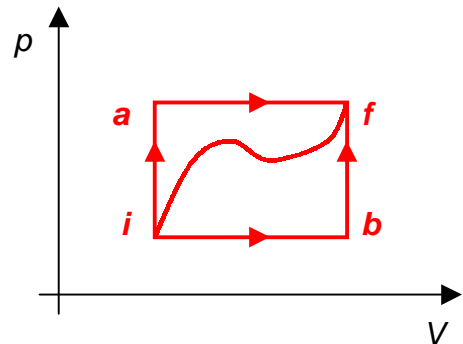
$$\Delta E_{bf} = E_f - E_b = 40 - 22 = 18 \text{ cal}$$

e

$$W_{ibf} = W_{ib} + W_{bf}$$

Mas $W_{bf} = 0$, logo

$$W_{ib} = W_{ibf} = 6 \text{ cal}$$



Portanto:

$$Q_{ib} = \Delta E_{ib} + W_{ib} = 12 + 6 = 18 \text{ cal}$$

$$Q_{bf} = \Delta E_{bf} + W_{bf} = 18 + 0 = 18 \text{ cal}$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

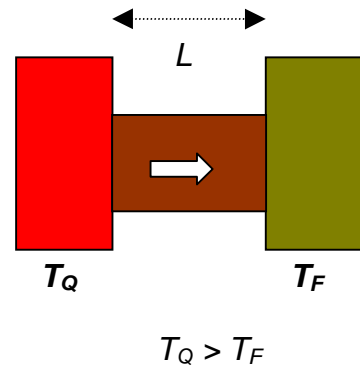
57 Considere a placa mostrada na figura à seguir. Suponha que $L = 25 \text{ cm}$, $A = 90 \text{ cm}^2$ e que o material seja cobre. Se $T_Q = 125^\circ \text{ C}$, $T_F = 10^\circ \text{ C}$ e for alcançado o regime permanente, encontre a taxa de condução através da placa.

$$k_{Cu} = 401 \text{ W/m.K}$$

$$P = \frac{dQ}{dt} = kA \frac{T_Q - T_F}{L}$$

$$P = 401 \cdot (90 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \frac{125 - 10}{25 \times 10^{-2}}$$

$$P = 1.660,14 \text{ Watts}$$

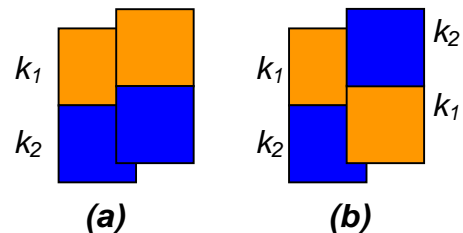


Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

60 Quatro pedaços de isolantes feitos de dois materiais diferentes, todos com a mesma espessura L e área A , estão disponíveis para cobrir uma abertura de área $2A$. Isto pode ser feito de duas maneiras mostradas na figura ao lado. Que arranjo (a) ou (b), fornece o menor fluxo de energia se $k_1 \neq k_2$.

Se tivermos apenas uma placa de condutividade térmica k ; área A ; e comprimento L entre duas fontes de calor, o fluxo de calor P será dado por

$$P = \frac{dQ}{dt} = kA \frac{T_Q - T_F}{L}$$



Se tivermos duas placas entre duas fontes de calor, o fluxo de calor P será dado por

$$P = \frac{dQ}{dt} = \frac{A(T_Q - T_F)}{\frac{L_2}{k_2} + \frac{L_1}{k_1}}$$

Vamos considerar que nos casos **a** e **b**, os arranjos estão entre duas fontes de calor com temperaturas T_Q e T_F .

No arranjo **a**, dois pares de placas iguais formam o conjunto: duas placas com k_1 e duas placas com k_2 . O fluxo de calor através das placas k_1 tem a forma:

$$\begin{cases} P_1 = k_1 A \frac{T_Q - T_F}{2L} \\ P_2 = k_2 A \frac{T_Q - T_F}{2L} \end{cases} \Rightarrow P_A = P_1 + P_2 = \left(\frac{k_1 + k_2}{2} \right) A \left(\frac{T_Q - T_F}{L} \right)$$

No arranjo **b** duas placas diferentes formam um conjunto, e dois desses conjuntos formam o arranjo. O fluxo através de cada arranjo será dados por:

$$P_1 = A \frac{T_Q - T_F}{\frac{L}{k_1} + \frac{L}{k_2}} = A \left(\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \right) \left(\frac{T_Q - T_F}{L} \right)$$

Como os fluxos nos dois conjuntos são iguais:

$$P_B = 2P_1 = A \left(2 \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \right) \left(\frac{T_Q - T_F}{L} \right)$$

Para encontrar em qual arranjo teremos o maior fluxo, vamos calcular a razão:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\left(\frac{k_1 + k_2}{2} \right)}{\left(2 \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \right)} = \frac{(k_1 + k_2)^2}{4k_1 k_2}$$

$$\frac{(k_1 + k_2)^2}{4k_1 k_2} > 1 \Rightarrow k_1^2 + k_2^2 + 2k_1 k_2 > 4k_1 k_2 \Rightarrow k_1^2 + k_2^2 - 2k_1 k_2 > 0$$

ou seja:

$$(k_1 - k_2)^2 > 0$$

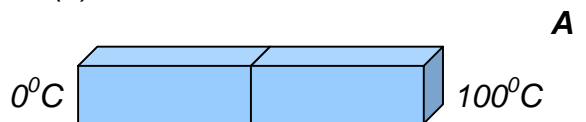
E como a equação anterior é sempre verdadeira, concluímos que:

$$P_A > P_B$$

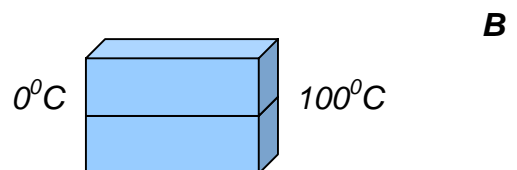
Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

61 Duas hastes metálicas retangulares idênticas são soldadas extremidade com extremidade, como mostrado na *figura (a)*, e $10J$ são conduzidos (em um processo em regime estacionário) através das hastes sob a forma de calor em $2min$. Quanto tempo levaria para que $10J$ fossem conduzidos através das hastes se elas fossem soldadas uma na outra como mostrado na *figura (b)*?

$$P = \frac{dQ}{dt} = \frac{A(T_Q - T_F)}{\frac{L_2}{k_2} + \frac{L_1}{k_1}}$$



$$P_A = \frac{A(T_Q - T_F)}{\frac{L}{k_2} + \frac{L}{k_1}} = A \left(\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \right) \left(\frac{T_Q - T_F}{L} \right)$$



$$P = kA \frac{T_Q - T_F}{L}$$

logo:

$$P_B = A(k_1 + k_2) \frac{T_Q - T_F}{L}$$

A razão entre os fluxos:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

e como as placas são iguais:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{1}{4} \Rightarrow P_B = 4P_A$$

$$\begin{cases} P_A = \frac{Q_A}{t_A} \\ P_B = \frac{Q_B}{t_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{Q_A t_B}{Q_B t_A}$$

Como $Q_A = Q_B$

$$t_B = t_A \frac{P_A}{P_B} = \frac{t_A}{4}$$

ou seja:

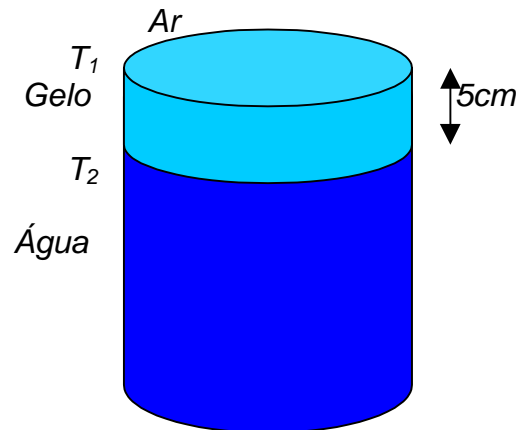
$$t_B = 0,5min$$

Capítulo 19 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

65 Um tanque de água ficou destampado em tempo frio, e uma placa de gelo de 5cm de espessura se formou na sua superfície. O ar acima do gelo está a $-10^{\circ}C$. Calcule a taxa de formação de gelo (em centímetros por hora) na placa de gelo. Adote a condutividade térmica e massa específica do gelo como $0,0040cal/s.cm.^{\circ}C$ e $0,92g/cm^3$. Suponha que não haja transferência de energia através das paredes ou pelo fundo do tanque.

$$\begin{aligned} k &= 0,0040cal/s.cm.^{\circ}C \\ \rho &= 0,92g/cm^3 \\ L_F &= 79,5cal/g \\ T_1 &= -10^{\circ}C \\ T_2 &= 0^{\circ}C \\ L &= 5cm \end{aligned}$$

Vamos considerar que a camada de gelo vá se aprofundando, de modo que num intervalo de tempo dt , se forme uma camada de gelo de área A e espessura dx , ou seja, se formaria um volume de gelo $dV = A dx$, e a esse volume corresponde uma massa dM , tal que:



$$dM = \rho dV = \rho A dx$$

A quantidade de calor que deve ser retirada para a formação deste camada de gelo, é dada por:

$$dQ = -L_F dM = -\rho A L_F dx$$

A taxa de calor retirado no tempo, ou fluxo de calor será dada por:

$$\frac{dQ}{dt} = -\rho A L_F \frac{dx}{dt}$$

onde dx/dt é a velocidade com que a camada dx de gelo aumenta, ou seja é a taxa de formação da placa de gelo. Mas por outro lado, o fluxo de calor que sai do gelo para a atmosfera através da placa de gelo já formada é dada por:

$$\frac{dQ}{dt} = kA \frac{T_2 - T_1}{L}$$

Como o gelo irá sendo formado como consequência desse fluxo, temos que:

$$\frac{dQ}{dt} = -\rho A L_F \frac{dx}{dt} = kA \frac{T_2 - T_1}{L}$$

ou seja:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k}{\rho L_F} \frac{T_2 - T_1}{L} = 1,09 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

e ainda

$$\frac{dx}{dt} = 0,39 \text{ cm/hora}$$