HALLIDAY, RESNICK, WALKER, FUNDAMENTOS DE FÍSICA, 8.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 2008.

FÍSICA 1

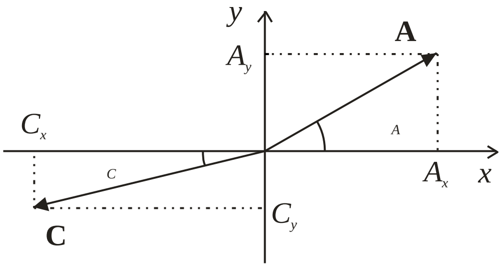
CAPÍTULO 3 – VETORES

16. Na soma **A** + **B** = **C**, o vetor **A** tem um módulo de 12,0 m e um ângulo de 40,0° no sentido anti-horário em relação ao semi-eixo *x* positivo, e o vetor **C** tem um módulo de 15,0 m e um ângulo de 20,0° no sentido anti-horário em relação ao semi-eixo *x* negativo. Determine (a) o módulo de **B** e (b) o ângulo de **B** em relação ao semi-eixo *x* positivo.

(**Pág. 59**)

Solução.

Considere o esquema abaixo, que mostra os vetores **A** e **C**:



(a) O módulo de **B** é calculado por meio da seguinte relação:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \tag{1}$$

Portanto, precisamos agora calcular B_x e B_y para, em seguida, substituí-los em (1). Esse cálculo pode ser feito por meio das duas equações escalares contidas na equação vetorial **A** + **B** = **C**. A primeira delas é:

$$A_x + B_x = C_x$$

$$A\cos\theta_A + B_x = -C\cos\theta_C$$

$$B_x = -A\cos\theta_A - C\cos\theta_C$$

$$B_x = -\ 12{,}0\text{ m}\ \cos\ 40{,}0^\circ\ -\ 15{,}0\text{ m}\ \cos\ 20{,}0^\circ\ = -23{,}2879\cdots\text{m}$$

A segunda equação escalar é:

$$A_y + B_y = C_y$$

$$A\,\text{sen}\,\theta_A + B_y = -C\,\text{sen}\,\theta_C$$

$$B_y = -A\,\text{sen}\,\theta_A - C\,\text{sen}\,\theta_C$$

$$B_y = -\ 12{,}0\text{ m}\ \text{sen}\ 40{,}0^\circ\ -\ 15{,}0\text{ m}\ \text{sen}\ 20{,}0^\circ\ = -12{,}8437\cdots\text{m}$$

Substituindo-se os valores de B_x e B_y em (1), teremos:

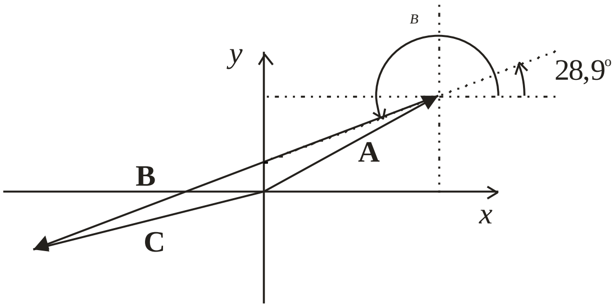
$$B = \sqrt{\ -23{,}2879\cdots\text{m}\ ^2 + \ -12{,}8437\cdots\text{m}\ ^2} = 26{,}5949\cdots\text{m}$$

$$\boxed{B \approx 26{,}6\text{ m}}$$

(b) O ângulo que **B** faz em relação ao semi-eixo *x* positivo é dado por:

$$\theta_B = \tan^{-1}\left(\frac{B_y}{B_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-12,8437\cdots\text{m}}{-23,2879\cdots\text{m}}\right) = 28,8776\cdots^\circ$$

Embora a calculadora forneça como resultado para θ_B o valor 28,9°, podemos ver na figura abaixo que devemos acrescentar 180° a esse resultado para obter a resposta correta.



Logo:

$$\theta_B = 180^\circ + 28,8776\cdots^\circ = 208,8776\cdots^\circ$$

$$\boxed{\theta_B \approx 209^\circ}$$

25. Se **B** é somado a **C** = 3,0 **i** + 4,0 **j**, o resultado é um vetor no sentido do semi-eixo *y* positivo, com um módulo igual ao de **C**. Qual é o módulo de **B**?

(**Pág. 59**)

Solução.

Em primeiro lugar vamos determinar o módulo de **C**:

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{3,0^2 + 4,0^2} = \sqrt{25} = 5,0$$

Vamos chamar de **D** o vetor soma de **B** e **C**. Como **D** aponta no sentido +*y* e possui módulo 5,0, teremos:

$$\mathbf{D} = 5,0\mathbf{j}$$

Agora precisamos efetuar a operação mencionada no enunciado para obter **B**:

$$\mathbf{B} + \mathbf{A} = \mathbf{D}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{D} - \mathbf{C}$$

$$\mathbf{B} = 5,0\mathbf{j} - 3,0\mathbf{i} + 4,0\mathbf{j}$$

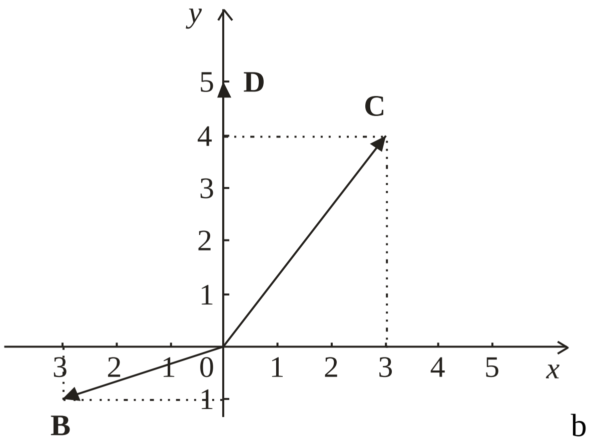
$$\mathbf{B} = -3,0\mathbf{i} - 1,0\mathbf{j}$$

Portanto, o módulo de **B** vale:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{-3,0^{\ 2} + -1,0^{\ 2}} = \sqrt{10} = 3,1622\cdots$$

$$\boxed{B \approx 3,2}$$

Os vetores **B**, **C** e **D** podem ser vistos no esquema abaixo:



32. Na Fig. 3-33, um vetor **a** com um módulo de 17,0 m faz um ângulo $\theta = 56{,}0^{\text{o}}$ no sentido anti-horário com o semi-eixo x positivo. Quais são as componentes (a) a_x e (b) a_y do vetor? Um segundo sistema de coordenadas está inclinado de um ângulo $\theta' = 18^{\text{o}}$ em relação ao primeiro. Quais são as componentes (c) a'_x e (b) a'_y neste novo sistema de coordenadas?

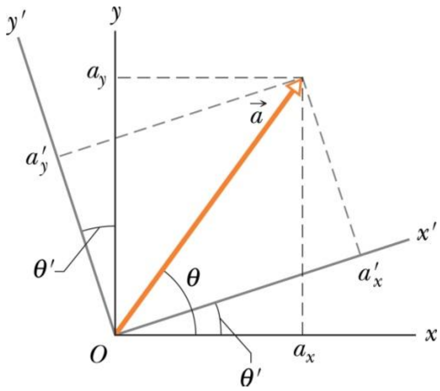


Fig. 3-33 Problema 32

(Pág. 60)

Solução.

As componentes de **a** no sistema de coordenadas xy são:

(a) a_x

$$a_x = a\cos\theta = (17{,}0\text{ m})\cos(56{,}0^\circ) = 9{,}5062\cdots\text{m}$$

$$\boxed{a_x \approx 9{,}51\text{ m}}$$

(b) a_y

$$a_y = a\,\text{sen}\,\theta = (17{,}0\text{ m})\,\text{sen}\,(56{,}0^\circ) = 14{,}0936\cdots\text{m}$$

$$\boxed{a_x \approx 14{,}1\text{ m}}$$

As componentes $a_x^{'}$ e $a_y^{'}$ no sistema rotacionado são dadas pelas seguintes relações (tente deduzir essas relações):

$$a_x^{'} = a_x\cos\theta^{'} + a_y\,\text{sen}\,\theta^{'}$$

$$a_y^{'} = a_y\cos\theta^{'} - a_x\,\text{sen}\,\theta^{'}$$

Logo:

(c)

$$a_x' = a_x \cos\theta' + a_y \operatorname{sen}\theta' = 9,5062\cdots\text{m} \cos 18^\circ + 14,0936\cdots\text{m} \operatorname{sen} 18^\circ = 13,3961\cdots\text{m}$$

$$\boxed{a_x' \approx 13\,\text{m}}$$

(d)

$$a_y' = a_y \cos\theta' - a_x \operatorname{sen}\theta' = 14,0936\cdots\text{m} \cos 18^\circ - 9,5062\cdots\text{m} \operatorname{sen} 18^\circ = 10,4662\cdots\text{m}$$

$$\boxed{a_x' \approx 10\,\text{m}}$$

43. Os três vetores na Fig. 3-35 têm módulos a = 3,00 m, b = 4,00 m e c = 10,0 m; θ = 30,0º. Determine (a) a componente x e (b) a componente y de **a**; (c) a componente x e (d) a componente y de **b**; (e) a componente x e (f) a componente y de **c**. Se **c** = p **a** + q **b**, quais são os valores de (g) p e (h) q?

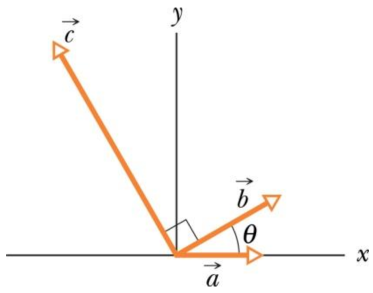


Fig. 3-35 Problema 43

(Pág. 60)

Solução.

(a) Como **A** está sobre o eixo x, teremos:

$$\boxed{a_x = 3,00\text{ m}}$$

(b) $$\boxed{a_y = 0,00\text{ m}}$$

Vetor **B**:

(c) $$b_x = b\cos\theta = 4,00\text{ m} \cos 30,0^\circ = 3,4641\cdots\text{m}$$

$$\boxed{b_x \approx 3{,}46\text{ m}}$$

(d) $$b_y = b\operatorname{sen}\theta = 4,00\text{ m} \operatorname{sen} 30,0^\circ$$

$$\boxed{b_y = 2,00\text{ m}}$$

(e) $$c_x = c\cos \theta + 90^\circ = 10,0\text{ m} \cos 120,0^\circ$$

$$\boxed{c_x = -5{,}00\text{ m}}$$

(f) $$c_y = c\operatorname{sen} \theta + 90^\circ = 10,0\text{ m} \operatorname{sen} 120,0^\circ = 8,6602\cdots\text{m}$$

$$\boxed{c_y \approx 8{,}66\text{ m}}$$

(g) e (h) Para calcular p e q devemos resolver o sistema de duas equações escalares embutidas na equação vetorial **c** = p **a** + q **b**, que são $c_x = p\,a_x + q\,b_x$ e $c_y = p\,a_y + q\,b_y$. Da primeira equação, teremos:

$$c_x = pa_x + qb_x$$

$$q = \frac{c_x - pa_x}{b_x} \qquad (1)$$

Da segunda, teremos:

$$q = \frac{c_y - pa_y}{b_y} \qquad (2)$$

Igualando-se (1) e (2):

$$\frac{c_x - pa_x}{b_x} = \frac{c_y - pa_y}{b_y}$$

Resolvendo a equação acima para *p*, teremos:

$$p = \frac{c_y b_x - c_x b_y}{a_y b_x - a_x b_y} = \frac{8,6602\cdots\text{m} \quad 3,4641\cdots\text{m} \;-\; -5,00\text{ m} \quad 2,00\text{ m}}{0,00\text{ m} \quad 3,4641\cdots\text{m} \;-\; 3,00\text{ m} \quad 2,00\text{ m}} = -6,6666\cdots$$

$$\boxed{p \approx -6,67}$$

Agora podemos obter *q* a partir de (1):

$$q = \frac{c_x - pa_x}{b_x} = \frac{-5,00\text{ m} \;-\; -6,6666\cdots \quad 3,00\text{ m}}{3,4641\cdots\text{m}} = 4,3301\cdots$$

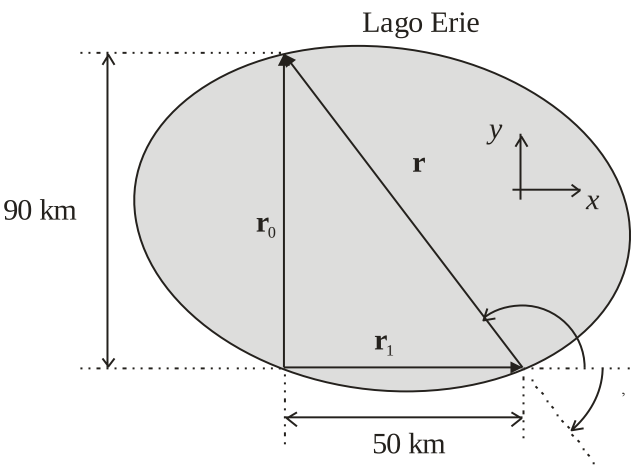
$$\boxed{q \approx 4,33}$$

51. Um barco a vela parte do lado americano do lago Erie para um ponto no lado canadense, 90,0 km ao norte. O navegante, contudo, termina 50,0 km a leste do ponto de partida. (a) Que distância e (b) em que sentido deve navegar para chegar ao ponto desejado?

(**Pág. 61**)

Solução.

Considere o seguinte esquema vetorial da situação, em que $\mathbf{r}_0$ é a posição almejada pelo velejador, $\mathbf{r}_1$ é a posição alcançada pelo barco e $\Delta\mathbf{r}$ é o deslocamento que o barco deve sofrer para alcançar seu objetivo inicial.



(a) De acordo com o esquema acima, temos a seguinte relação vetorial:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_1 + \Delta\mathbf{r}$$

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1 = \; 90,0\text{ km} \;\; \mathbf{j} - \; 50,0\text{ km} \;\; \mathbf{i} = \; -50,0\text{ km} \;\; \mathbf{i} + \; 90,0\text{ km} \;\; \mathbf{j}$$

O módulo de $\Delta\mathbf{r}$ é:

$$\Delta r = \sqrt{\Delta r_x^2 + \Delta r_y^2} = \sqrt{(-50,0\ \text{km})^2 + (90,0\ \text{km})^2} = 102,9563\cdots\text{km}$$

$$\boxed{\Delta r \approx 103\ \text{km}}$$

(b) A direção de $\Delta\mathbf{r}$ é dada pelo ângulo θ_2:

$$\theta_2^{'} = \tan^{-1}\frac{\Delta r_y}{\Delta r_x} = \tan^{-1}\frac{90,0\ \text{km}}{-50,0\ \text{km}} = -60,9453\cdots^{\circ}$$

Logo:

$$\theta_2 = \pi - \left|\theta_2^{'}\right| = 180^{\circ} - 60,9453\cdots^{\circ} = 119,0546\cdots^{\circ}$$

$$\boxed{\theta_2 \approx 119^{\circ}}$$

54. São dados três deslocamentos em metros: $\mathbf{d}_1$ = 4,0 **i** + 5,0 **j** – 6,0 **k**, $\mathbf{d}_2$ = –1,0 **i** + 2,0 **j** + 3,0 **k** e $\mathbf{d}_3$ = 4,0 **i** + 3,0 **j** + 2,0 **k**. (a) Determine **r** = $\mathbf{d}_1$ – $\mathbf{d}_2$ + $\mathbf{d}_3$. (b) Determine o ângulo entre **r** e o semi-eixo *z* positivo. (c) Determine a componente de $\mathbf{d}_1$ em relação a $\mathbf{d}_2$. (d) Qual é a componente de $\mathbf{d}_1$ que é perpendicular a $\mathbf{d}_2$ e está no plano de $\mathbf{d}_1$ e $\mathbf{d}_2$? (*Sugestão:* Para resolver o item (c), considere a Eq. 3-20 e a Fig. 3-20; para resolver o item (d), considere a Eq. 3-27.)

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = ab\cos\phi \qquad (3\text{-}20)$$

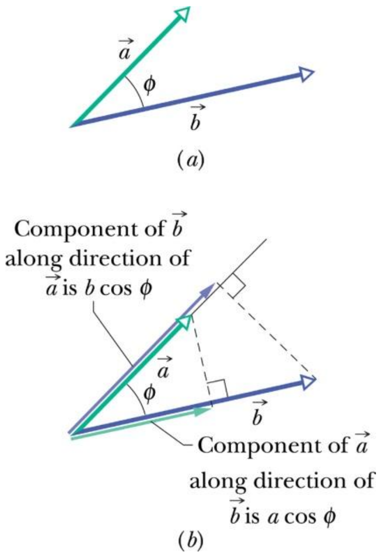


Fig. 3-20

$$c = ab\,\text{sen}\,\phi \qquad (3\text{-}27)$$

(Pág. 61)

Solução.

(a)

$$\mathbf{r} = d_1 - d_2 + d_3$$

$$\mathbf{r} = (4,0\mathbf{i} + 5,0\mathbf{j} - 6,0\mathbf{k}) - (-1,0\mathbf{i} + 2,0\mathbf{j} + 3,0\mathbf{k}) + (4,0\mathbf{i} + 3,0\mathbf{j} + 2,0\mathbf{k})$$

$$\mathbf{r} = \left[4,0 - (-1,0) + 4,0\right]\mathbf{i} + (5,0 - 2,0 + 3,0)\,\mathbf{j} + (-6,0 - 3,0 + 2,0)\,\mathbf{k}$$

$$\boxed{\mathbf{r} = 9,0\mathbf{i} + 6,0\mathbf{j} - 7,0\mathbf{k}}$$

(b) O ângulo entre **r** e o eixo *z* pode ser obtido por meio do produto escalar entre **r** e o vetor unitário **k**:

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}=|\mathbf{r}|\cdot|\mathbf{k}|\cdot\cos\theta_{rz}=r\cdot 1\cdot\cos\theta_{rz}$$

$$\cos\theta_{rz}=\frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}}{r} \qquad (1)$$

Agora precisamos calcular **r**.**k** e *r*. Cálculo de **r**.**k**:

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}=(9,0\mathbf{i}+6,0\mathbf{j}-7,0\mathbf{k})\cdot(\mathbf{k})=0+0-7,0$$

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}=-7,0$$

Cálculo de *r*:

$$r=\sqrt{r_x^2+r_y^2+r_z^2}=\sqrt{(9,0)^2+(6,0)^2+(-7,0)^2}$$

$$r=12,8840\cdots$$

Substituindo-se esses valores em (1), teremos:

$$\cos\theta_{rz}=\frac{-7,0}{12,8840\cdots}=-0,5433\cdots$$

$$\theta_{rz}=\cos^{-1}(-0,5433\cdots)=122,9089\cdots$$

$$\boxed{\theta_{rz}\approx 123^\circ}$$

(c) A componente de $\mathbf{d}_1$ em relação a $\mathbf{d}_2$, que chamaremos d_{12}, é $d_1 \cos \theta_{12}$. Esse termo aparece no produto escalar dos dois vetores:

$$\mathbf{d}_1\cdot\mathbf{d}_2=d_1 d_2\cos\theta_{12}$$

$$d_1\cos\theta_{12}=\frac{\mathbf{d}_1\cdot\mathbf{d}_2}{d_2}$$

Ou seja:

$$d_{12}=\frac{\mathbf{d}_1\cdot\mathbf{d}_2}{d_2} \qquad (2)$$

Agora precisamos calcular $\mathbf{d}_1\cdot\mathbf{d}_2$ e o módulo de d_2. O produto escalar vale:

$$\mathbf{d}_1\cdot\mathbf{d}_2=(4,0\mathbf{i}+5,0\mathbf{j}-6,0\mathbf{k})\cdot(-1,0\mathbf{i}+2,0\mathbf{j}+3,0\mathbf{k})=-4,0+10-18=-12\text{ m}^2$$

O módulo de d_2 vale:

$$d_2=\sqrt{d_{2x}^2+d_{2y}^2+d_{2z}^2}=\sqrt{(-1,0)^2+(2,0)^2+(3,0)^2}=3,7416\cdots\text{m}$$

Substituindo-se os valores de $\mathbf{d}_1\cdot\mathbf{d}_2$ e d_2 em (2), teremos:

$$d_{12}=\frac{-12\text{ m}^2}{3,7416\cdots\text{ m}}=-3,2071\cdots\text{m}$$

$$\boxed{d_{12}\approx -3,2\text{ m}}$$

(d) A componente de $\mathbf{d}_1$ que é perpendicular a $\mathbf{d}_2$ e está no plano de $\mathbf{d}_1$ e $\mathbf{d}_2$, que chamaremos $d_{12\perp}$, é d_1 sen θ_{12}. Esse termo aparece no módulo do produto vetorial dos dois vetores:

$$|\mathbf{d}_1\times\mathbf{d}_2|=d_1 d_2\,\text{sen}\,\theta_{12}=d_{12\perp}d_2$$

$$d_{12\perp} = \frac{|\mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2|}{d_2} \qquad (3)$$

Agora só precisamos calcular $|\mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2|$. O produto vetorial vale:

$$\mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2 = (4,0\mathbf{i} + 5,0\mathbf{j} - 6,0\mathbf{k}) \times (-1,0\mathbf{i} + 2,0\mathbf{j} + 3,0\mathbf{k}) = 27\mathbf{i} - 6,0\mathbf{j} + 13\mathbf{k}$$

O módulo de $\mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2$ é:

$$|\mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2| = \sqrt{(27)^2 + (-6,0)^2 + (13)^2} = 30,5614\cdots\text{m}^2$$

Substituindo-se os valores de $|\mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2|$ e d_2 em (3), teremos:

$$d_{12\perp} = \frac{|\mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2|}{d_2} = \frac{30,5614\cdots\text{m}^2}{3,7416\cdots\text{m}} = 8,1678\cdots\text{m}$$

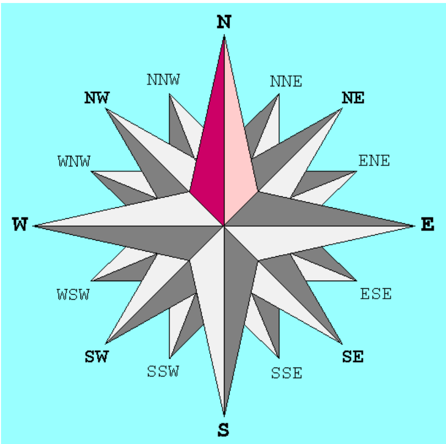
$$\boxed{d_{12\perp} \approx 8,2\text{ m}}$$

58. Um jogador de golfe precisa de três tacadas para colocar a bola no buraco. A primeira tacada lança a bola a 3,66 m para o norte, a segunda 1,83 m para o sudeste e a terceira 0,91 m para o sudoeste. Determine (a) o módulo e (b) a direção do deslocamento necessário para colocar a bola no buraco na primeira tacada.

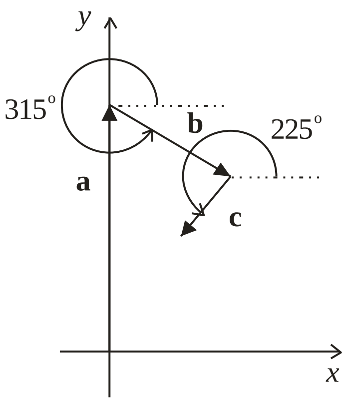
(**Pág. 61**)

Solução.

As direções associadas aos termos nordeste (NE), sudeste (SE), sudoeste (SW) e noroeste (NW), podem ser conferidas na figura abaixo, que costuma ser chamada de "rosa dos ventos":



Considere o seguinte gráfico que mostra os três deslocamentos sucessivos sofridos pela bola:



De acordo com o enunciado, os vetores **a**, **b** e **c** são definidos por:

$$\mathbf{a} = 3{,}66\text{ m } \mathbf{j}$$

$$\mathbf{b} = 1{,}83\text{ m } \cos 315^\circ \ \mathbf{i} + 1{,}83\text{ m } \operatorname{sen} 315^\circ \ \mathbf{j}$$

$$\mathbf{c} = 0{,}91\text{ m } \cos 225^\circ \ \mathbf{i} + 0{,}91\text{ m } \operatorname{sen} 225^\circ \ \mathbf{j}$$

A tacada única **d** capaz de lançar a bola diretamente no buraco corresponde à soma vetorial **a** + **b** +**c**:

$$\mathbf{d} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$$

$$\mathbf{d} = \left[3{,}66\text{ m } \mathbf{j} \right] + \left[1{,}83\text{ m } \cos 315^\circ \ \mathbf{i} + 1{,}83\text{ m } \operatorname{sen} 315^\circ \ \mathbf{j} \right] +$$

$$+ \left[0{,}91\text{ m } \cos 225^\circ \ \mathbf{i} + 0{,}91\text{ m } \operatorname{sen} 225^\circ \ \mathbf{j} \right]$$

$$\mathbf{d} = 0{,}6505\cdots\text{m } \mathbf{i} + 1{,}7225\cdots\text{m } \mathbf{j}$$

(a) O módulo de **d** vale:

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{ 0{,}6505\cdots\text{m}^{\,2} + 1{,}7225\cdots\text{m}^{\,2}} = 1{,}8412\cdots\text{m}$$

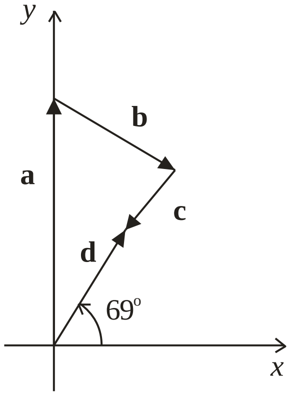
$$\boxed{d \approx 1{,}84\text{ m}}$$

(b) O ângulo que **d** faz em relação ao semi-eixo *x* positivo é dado por:

$$\theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{d_y}{d_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}7225\cdots\text{m}}{0{,}6505\cdots\text{m}}\right) = 69{,}3102\cdots^\circ$$

$$\boxed{\theta_d \approx 69^\circ}$$

O vetor **d** pode ser visto no esquema abaixo:

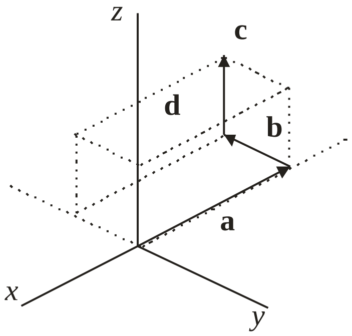


69. Um manifestante, com sua placa de protesto, parte da origem de um sistema de coordenadas *xyz*, com o plano *xy* na horizontal. Ele se desloca 40 m no sentido negativo do eixo *x*, faz uma curva de 90° à esquerda, caminha mais 20 m e sobe até o alto de uma torre de 25 m de altura. (a) Em termos de vetores unitários, qual é o deslocamento da placa do início ao fim? (b) O manifestante deixa cair a placa, que vai parar na base da torre. Qual á o módulo do deslocamento total, do início até este novo fim?

(Pág. 62)

Solução.

Considere o seguinte gráfico que mostra os deslocamentos sofridos pela placa:

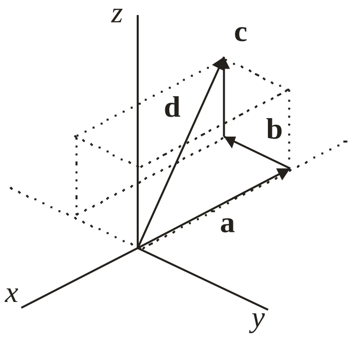


(a) O deslocamento total **d** é dado por:

$$\mathbf{d} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$$

$$\boxed{\mathbf{d} = (-40\text{ m})\,\mathbf{i} + (-20\text{ m})\,\mathbf{j} + (25\text{ m})\,\mathbf{k}}$$

O vetor **d** pode ser visto na figura abaixo.



(b) Quando a placa cai no chão, sofre um deslocamento igual a –**c**. Logo, seu novo deslocamento total **e** vale:

$$\mathbf{e} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} - \mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$$

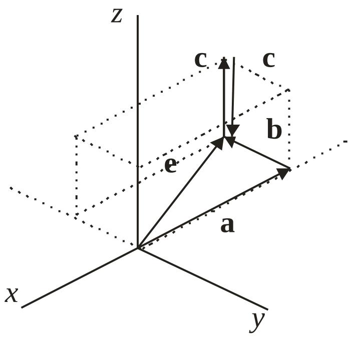
$$\mathbf{e} = (-40\text{ m})\,\mathbf{i} + (-20\text{ m})\,\mathbf{j}$$

O módulo de **e** vale:

$$e = \sqrt{(-40\text{ m})^2 + (-20\text{ m})^2} = 44{,}7213\cdots\text{m}$$

$$\boxed{e \approx 45\text{ m}}$$

O esquema vetorial para essa situação será:



---

71. Se **B** é somado a **A**, o resultado é 6,0 **i** + 1,0 **j**. Se **B** é subtraído de **A**, o resultado é –4,0 **i** + 7,0 **j**. Qual é o módulo de **A**?

(**Pág. 62**)

Solução.

Vamos somar as duas equações mencionadas no enunciado para eliminar **B** e obter **A**.

$$\mathbf{B}+\mathbf{A}=6,0\mathbf{i}+1,0\mathbf{j}$$

$$\mathbf{A}-\mathbf{B}=-4,0\mathbf{i}+7,0\mathbf{j}$$

O resultado da soma é:

$$2\mathbf{A}=2,0\mathbf{i}+8,0\mathbf{j}$$

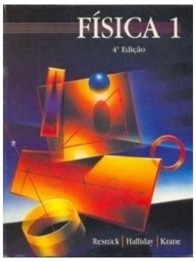
Ou:

$$\mathbf{A}=1,0\mathbf{i}+4,0\mathbf{j}$$

O módulo de **A** vale:

$$A=\sqrt{A_x^2+A_y^2}=\sqrt{1,0^2+4,0^2}=\sqrt{17}=4,1231\cdots$$

$$\boxed{A\approx 4,1}$$



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FÍSICA 1

CAPÍTULO 3 – VETORES

16. Uma roda com raio de 45 cm rola sem deslizar ao longo de uma superfície horizontal, como mostra a Fig. 25. *P* é um ponto pintado no aro da roda. No instante t_1, *P* é o ponto de contato entre a roda e o chão. No instante t_2 posterior, a roda girou de meia revolução. Qual é o deslocamento de *P* nesse intervalo de tempo?

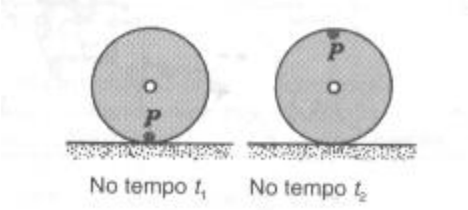
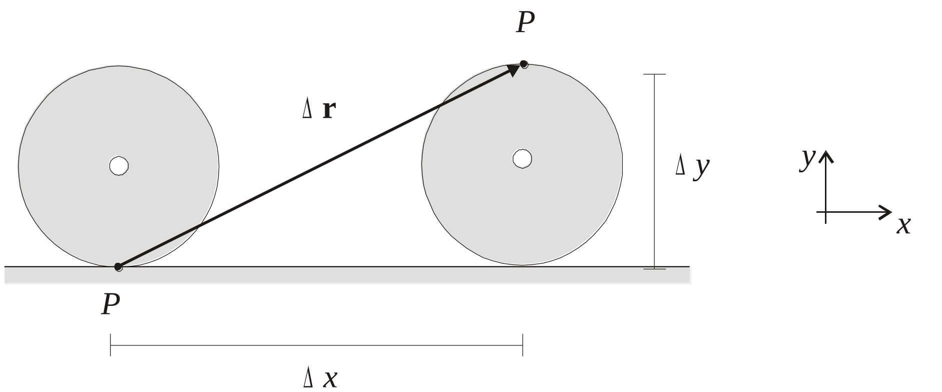


Fig. 25 Problema 16.

(**Pág. 46**)

Solução.

Considere o esquema a seguir:



O deslocamento do ponto *P* corresponde ao vetor Δ**r**, que é dado por:

$$\Delta\mathbf{r} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j}$$

Analisando-se o esquema acima, podemos concluir que Δ*x* é corresponde a meia volta da circunferência da roda (π*R*) e Δ*y* é igual a 2*R*. Logo, o vetor deslocamento vale:

$$\Delta\mathbf{r} = \pi R\mathbf{i} + 2R\mathbf{j} = \left(1,4137\cdots\text{m}\right)\mathbf{i} + \left(0,90\text{ m}\right)\mathbf{j}$$

$$\boxed{\Delta\mathbf{r} \approx \left(1,4\text{ m}\right)\mathbf{i} + \left(0,90\text{ m}\right)\mathbf{j}}$$

O módulo do deslocamento vale:

$$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 2,2237\cdots\text{m}$$

$$\boxed{\Delta r \approx 2,2\text{ m}}$$

24. Uma estação de radar detecta um míssil que se aproxima do leste. Ao primeiro contacto, a distância do míssil é 3.200 m, a 40,0° acima do horizonte. O míssil é seguido por 123° no plano leste-oeste, e a distância no contacto final era de 7.800 m; veja a Fig. 27. Ache o deslocamento do míssil durante o período de contacto com o radar.

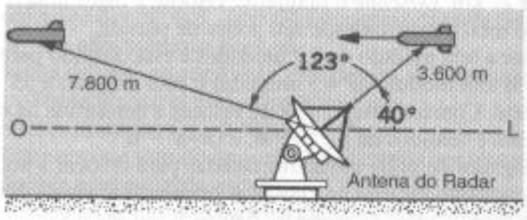
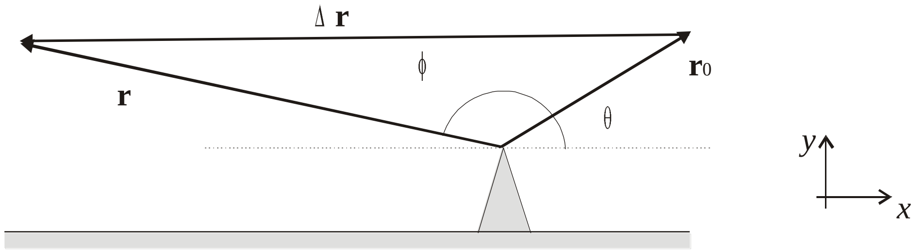


Fig. 27 Problema 24.

(**Pág. 46**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



A posição inicial do míssil é dada por:

$$\mathbf{r}_0 = r_{0x}\mathbf{i} + r_{0y}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{r}_0 = r_0\cos\theta\mathbf{i} + r_0\,\mathrm{sen}\,\theta\mathbf{j}$$

A posição final do míssil é dada por:

$$\mathbf{r} = r_x\mathbf{i} + r_y\mathbf{j}$$

$$\mathbf{r} = r\cos(\theta+\phi)\mathbf{i} + r\,\mathrm{sen}(\theta+\phi)\mathbf{j}$$

O vetor deslocamento do míssil é dado por:

$$\Delta\mathbf{r} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j}$$

$$\Delta\mathbf{r} = \left[r\cos(\theta+\phi) - r_0\cos\theta\right]\mathbf{i} + \left[r\,\mathrm{sen}(\theta+\phi) - r_0\,\mathrm{sen}\,\theta\right]\mathbf{j}$$

$$\Delta\mathbf{r} = (-10.216{,}9370\cdots\ \mathrm{m})\mathbf{i} - (33{,}5360\cdots\ \mathrm{m})\mathbf{j}$$

$$\boxed{\Delta\mathbf{r} \approx (-10\ \mathrm{km})\mathbf{i} - (33\ \mathrm{m})\mathbf{j}}$$

O módulo do deslocamento é:

$$\Delta r = \sqrt{\Delta r_x^{\,2} + \Delta r_y^{\,2}} = 10.216{,}9921\cdots\ \mathrm{m}$$

$$\boxed{\Delta r \approx 10\ \mathrm{km}}$$